



Societat  
Catalana de  
Matemàtiques

## 31è Cangur

---

En aquest PDF teniu els enunciats del dia

**19 de març de 2026**

(amb els dos models per a secundària)

seguits dels enunciats per al dia

**24 de març de 2026**

### Qüestions de 3 punts

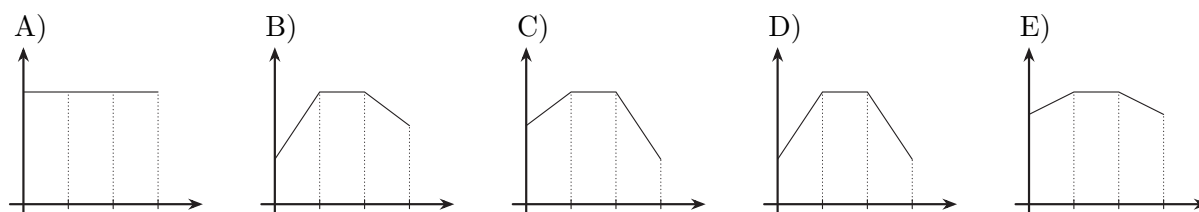
1. Els tres costats d'un triangle mesuren un nombre enter de centímetres. Si un costat mesura 9 cm i un altre 1 cm, quina és la longitud del tercer costat?

- A) 7 cm      B) 11 cm      C) 13 cm      D) 9 cm      E) 5 cm

2. Durant trenta minuts d'una cursa, el rellotge digital de la Mireia ha mesurat el seu ritme cardíac en pulsacions per minut (ppm):

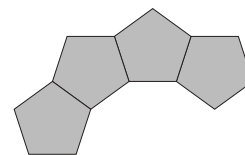
- Durant els primers deu minuts, el seu ritme cardíac ha augmentat en 4 ppm cada minut.
- En els deu minuts següents, el seu ritme s'ha mantingut constant.
- Durant els darrers deu minuts, el seu ritme ha davallat en 2 ppm cada minut.

Quin dels gràfics següents mostra el ritme cardíac de la Mireia durant aquests trenta minuts?



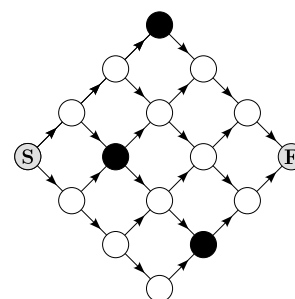
3. Es col·loquen unes quantes rajoles amb forma de pentàgon regular una al costat de l'altra per a formar un anell. La figura mostra quatre d'aquestes rajoles ja col·locades. Quantes rajoles hi haurà en total quan s'hagi completat l'anell?

- A) 10      B) 11      C) 12      D) 14      E) 15



4. En la imatge, hi podeu veure un seguit de pedres i unes fletxes que les uneixen. L'Anna ha d'anar des de la pedra de sortida (S) fins a la pedra final (F) saltant de pedra en pedra, seguint les fletxes i sense passar per cap de les pedres marcades en negre. Quants camins diferents pot seguir l'Anna?

- A) 9      B) 8      C) 7      D) 6      E) 5



5. Quin és el nombre més gran que es pot obtenir omplint els quatre quadrats blancs de l'expressió

$$(\square + \square)^{\square - \square}$$

amb els quatre díigits 2, 0, 2 i 6?

- A)  $2^{12}$       B)  $2^{10}$       C)  $2^8$       D)  $2^6$       E)  $2^4$

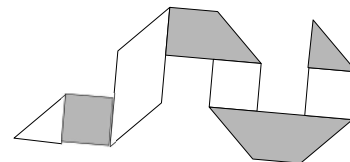
6. Una botiga ofereix una promoció als seus clients: «Si compres tres articles, el més barat et surt de franc». La Júlia vol comprar sis articles, que tenen un preu de 2,90 €, 3,10 €, 3,50 €, 4,30 €, 4,60 € i 4,90 €. Quants euros es pot estalviar com a màxim amb els dos articles que li sortiran de franc?

- A) 6,60 €      B) 7,20 €      C) 7,40 €      D) 7,70 €      E) 8,10 €

7. Un hotel té 9 habitacions. Les habitacions són totes triples o quàdruples. Un grup de 30 persones s'allotja a l'hotel i omple completament totes les habitacions. Quantes habitacions quàdruples té l'hotel?

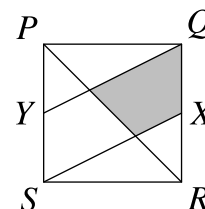
- A) 1      B) 2      C) 3      D) 4      E) 5

8. L'Ali fa set plects en una tira de paper que té un costat blanc i l'altre fosc, com es veu en la figura. Si la desplega, com hauran quedat marcats els plects al costat blanc de la tira?



- A)
- B)
- C)
- D)
- E)

9. La figura mostra un quadrat  $PQRS$ . Els punts  $X$  i  $Y$  són els punts mitjans dels costats  $QR$  i  $PS$ , respectivament. Quina fracció del quadrat està ombrejada?



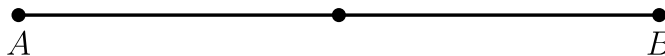
- A)  $\frac{1}{8}$
- B)  $\frac{1}{6}$
- C)  $\frac{1}{5}$
- D)  $\frac{1}{4}$
- E)  $\frac{1}{3}$

10. Quants nombres de tres xifres,  $\overline{abc}$ , satisfan la igualtat  $a = \left(\frac{b}{c}\right)^2$ ?

- A) 4
- B) 8
- C) 9
- D) 10
- E) 16

### Qüestions de 4 punts

11. Dos punts,  $P$  i  $Q$ , es trien a l'atzar en un segment de recta  $AB$ , de manera que cap dels dos és el punt mitjà.



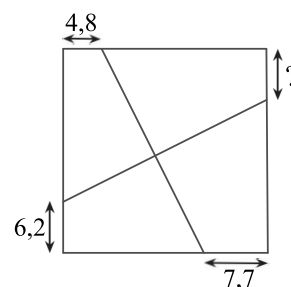
Quina és la probabilitat que el segment  $PQ$  contingui el punt mitjà del segment  $AB$ ?

- A)  $\frac{1}{4}$
- B)  $\frac{1}{3}$
- C)  $\frac{1}{2}$
- D)  $\frac{2}{3}$
- E)  $\frac{3}{4}$

12. Quina és la suma de les xifres del resultat de la divisió de  $\underbrace{333 \cdots 3}_{2026}$  entre 33?

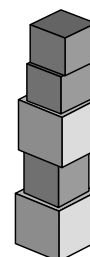
- A) 1111
- B) 2025
- C) 2026
- D) 3039
- E) Cap de les anteriors.

13. La imatge mostra un quadrat i dues rectes que són perpendiculars. Es donen les longituds de tres segments. Quina és la longitud del segment amb el signe d'interrogació?



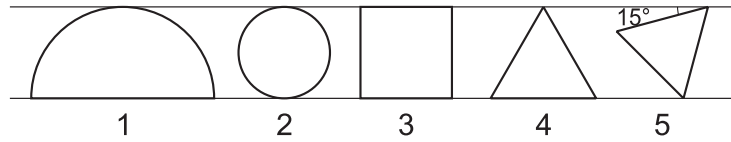
- A) 5,6
- B) 5,9
- C) 6,1
- D) 6,3
- E) 6,6

14. Tenim dues classes de cubs, uns de 5 cm d'alçada i els altres de 4 cm d'alçada. Si en podem utilitzar tants com vulguem de cada classe per a apilar-los i construir torres, quin és el nombre enter més gran de centímetres que no podrà ser mai l'alçada d'una d'aquestes torres?



- A) 7 cm
- B) 11 cm
- C) 17 cm
- D) 101 cm
- E) Cap dels anteriors és el més gran.

15. Tenim cinc figures que estan situades entre dues rectes paral·leles:



Les figures estan numerades de l'1 al 5 i són, en aquest ordre: un semicercle, un cercle, un quadrat i dos triangles equilàters, que tenen àrees, respectivament,  $S_1$ ,  $S_2$ ,  $S_3$ ,  $S_4$  i  $S_5$ . Sabem la mesura de l'angle que forma un dels costats de  $S_5$  amb una de les rectes paral·leles, que és de  $15^\circ$ . Quina de les respostes és certa?

- A)  $S_1 > S_2 > S_3 > S_4 > S_5$       B)  $S_1 > S_4 > S_3 > S_2 > S_5$       C)  $S_1 > S_3 > S_4 > S_2 > S_5$   
 D)  $S_1 > S_3 > S_2 > S_4 > S_5$       E)  $S_1 > S_3 > S_2 > S_5 > S_4$

16. Es llancen dos daus i s'anota el producte dels nombres obtinguts. L'Ariadna obté un punt si el producte és divisible per 4. En Damià obté un punt si el producte és divisible per 6. Quina és la probabilitat que tots dos obtinguin un punt en la mateixa tirada?

- A)  $\frac{2}{9}$       B)  $\frac{7}{36}$       C)  $\frac{5}{36}$       D)  $\frac{1}{9}$       E)  $\frac{1}{18}$

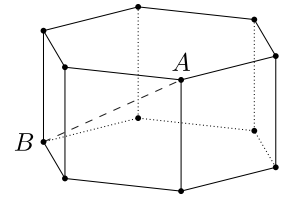
17. Cadascuna de les canonades que es representen és de secció circular i, en cada bifurcació, l'àrea de la secció de la canonada inicial és igual a la suma de les àrees de les dues canonades després de la bifurcació. Quin és el radi de la canonada superior (indicada amb  $d$ ) si els altres tres radis, els de les canonades  $a$ ,  $b$  i  $c$  són, respectivament, 1 cm, 4 cm i 8 cm?

- A) 9 cm      B) 10 cm      C) 11 cm      D) 12 cm      E) 13 cm



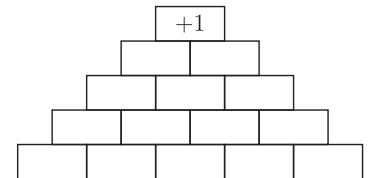
18. Les cares del prisma que es veu en la figura són dos hexàgons regulars i sis quadrats. Totes les arestes mesuren 1 cm. Quants centímetres mesura el segment  $AB$  indicat en la figura?

- A)  $\sqrt{2}$       B)  $\sqrt{3}$       C)  $\sqrt{4}$       D)  $\sqrt{5}$       E)  $\sqrt{6}$



19. En la piràmide de la dreta, l'Elisabet vol omplir totes les caselles de la fila inferior amb un  $+1$  o un  $-1$ , de manera que si omple les caselles restants amb el producte dels dos nombres que hi ha just a les caselles de sota, li quedi un  $+1$  a la casella superior. De quantes maneres diferents pot omplir les caselles?

- A) 8      B) 16      C) 18      D) 20      E) 32



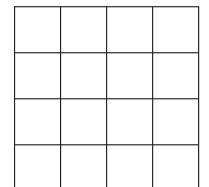
20. L'Olga llança 100 daus i multiplica tots els nombres que apareixen a les cares superiors. Si el producte resultant hagués estat  $6^{70}$ , quin és el nombre mínim de vegades que hauria d'haver sortit el 6?

- A) 35      B) 30      C) 24      D) 12      E) 10

## Qüestions de 5 punts

21. L'Àngel té una graella  $4 \times 4$  feta de 16 quadrats. Vol utilitzar un cúter per a fer talls rectes a la graella, de manera que no quedi cap quadrat intacte. Quin és el nombre mínim de talls que ha de fer?

- A) 6      B) 5      C) 4      D) 3      E) 2



22. Els nombres enters  $1, 2, \dots, 40$  estan escrits en una pissarra. Fem 39 passos, numerats de l'1 al 39, de manera que en el pas de nombre  $k$  fem el següent:
- Si  $k$  és múltiple de 7, esborrem dos nombres qualssevol de la pissarra i hi escrivim la seva suma més 5.
  - Si  $k$  no és múltiple de 7, esborrem dos nombres qualssevol de la pissarra i hi escrivim la seva suma menys 1.

Quin nombre quedarà escrit en la pissarra després dels 39 passos?

- A) 781                      B) 801                      C) 811                      D) 819                      E) 821

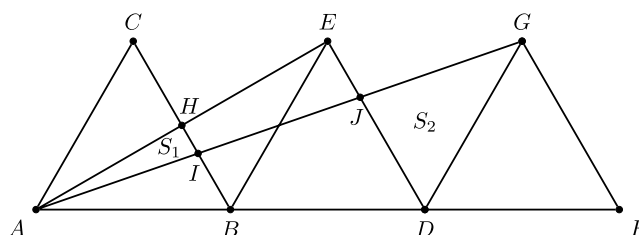
23. Els nombres reals  $a$  i  $b$  compleixen les igualtats següents:  $9^a = 11^b = 9801$ . Quant és  $1/a + 1/b$ ?

- A)  $\frac{1}{2}$                       B)  $\frac{3}{4}$                       C) 1                      D) 2                      E) 3

24. Tenim 24 nombres naturals consecutius. La suma dels 15 nombres més petits és igual a la suma dels 9 nombres restants. Quin és el nombre més petit d'aquests 24 nombres?

- A) 10                      B) 11                      C) 12                      D) 13                      E) 14

25. Tres triangles equilàters iguals estan dibuixats sobre el segment  $AF$  com es mostra en la figura. Anomenem  $S_1$  l'àrea del triangle  $AHI$  i  $S_2$  l'àrea del triangle  $DGJ$ . Quina és la proporció  $S_1 : S_2$ ?

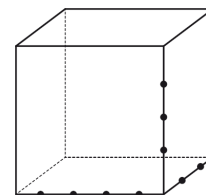


- A) 1 : 4                      B) 1 : 3                      C) 1 : 5  
D) 2 : 3                      E) 3 : 5

26. Una funció  $f$  té la propietat que per a cada nombre real  $x$ ,  $f(x + 10) = f(x)$  i  $f(6 - x) = -f(x)$ . Si  $f(27) = 9$ , quant val  $f(9) + f(13)$ ?

- A) 9                      B) 3                      C) -3                      D) -27                      E) -9

27. S'han seleccionat nou punts en tres arestes d'un cub, tal com es mostra en la figura. Quantes piràmides triangulars es poden formar que tinguin tots els vèrtexs en algun d'aquests nou punts?



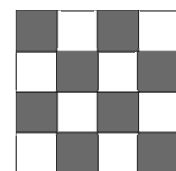
- A) 72                      B) 60                      C) 48                      D) 36                      E) 24

28. Per a cada nombre natural  $n$ , anomenem  $a_n$  l'enter més gran que és més petit o igual que  $\sqrt{n}$ .

Quant val  $a_1 - a_2 + a_3 - a_4 + a_5 - a_6 + \dots + a_{2025} - a_{2026}$ ?

- A) 0                      B) 2026                      C) -2026                      D) 22                      E) -22

29. En un tauler  $4 \times 4$ , acolorit com es mostra en la figura, volem fer que tots els quadrats quedin de color blanc repetint l'operació següent: escollim 4 quadrats qualssevol que formin un quadrat  $2 \times 2$  i en canviem el color. Quin és el nombre mínim de vegades que hem de repetir l'operació?



- A) 4                      B) 6                      C) 8                      D) 16                      E) És impossible fer-ho.

30. Per a qualsevol nombre  $x > 0$ , definim així l'arrel triangular de  $x$ :

$$\sqrt[3]{x} = s, \text{ si } s > 0 \text{ és el nombre que compleix } \frac{s(s+1)}{2} = x.$$

Quina de les expressions següents equival a  $\sqrt[3]{4x - \sqrt[3]{x}}$ ?

- A)  $2 \sqrt[3]{x}$                       B)  $4 \sqrt[3]{x} - 1$                       C)  $3 \sqrt[3]{x}$                       D)  $\sqrt[3]{x^2 + x}$                       E)  $\sqrt[3]{x^2}$

### Qüestions de 3 punts

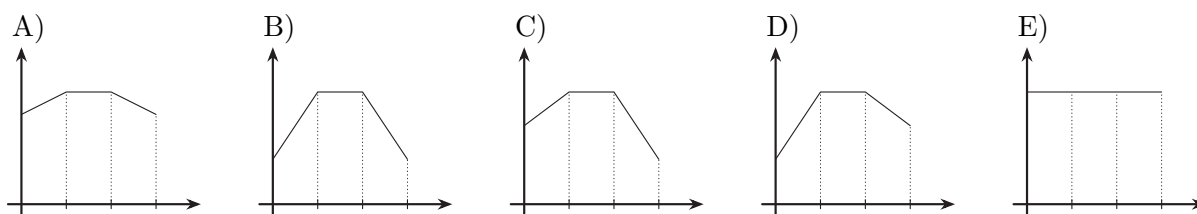
1. Els tres costats d'un triangle mesuren un nombre enter de centímetres. Si un costat mesura 9 cm i un altre 1 cm, quina és la longitud del tercer costat?

- A) 5 cm      B) 9 cm      C) 13 cm      D) 11 cm      E) 7 cm

2. Durant trenta minuts d'una cursa, el rellotge digital de la Mireia ha mesurat el seu ritme cardíac en pulsacions per minut (ppm):

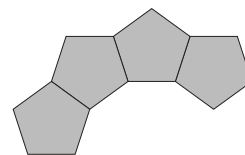
- Durant els primers deu minuts, el seu ritme cardíac ha augmentat en 4 ppm cada minut.
- En els deu minuts següents, el seu ritme s'ha mantingut constant.
- Durant els darrers deu minuts, el seu ritme ha davallat en 2 ppm cada minut.

Quin dels gràfics següents mostra el ritme cardíac de la Mireia durant aquests trenta minuts?



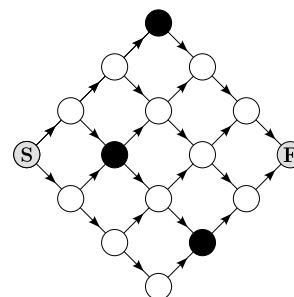
3. Es col·loquen unes quantes rajoles amb forma de pentàgon regular una al costat de l'altra per a formar un anell. La figura mostra quatre d'aquestes rajoles ja col·locades. Quantes rajoles hi haurà en total quan s'hagi completat l'anell?

- A) 15      B) 14      C) 12      D) 11      E) 10



4. En la imatge, hi podeu veure un seguit de pedres i unes fletxes que les uneixen. L'Anna ha d'anar des de la pedra de sortida (S) fins a la pedra final (F) saltant de pedra en pedra, seguint les fletxes i sense passar per cap de les pedres marcades en negre. Quants camins diferents pot seguir l'Anna?

- A) 5      B) 6      C) 7      D) 8      E) 9



5. Quin és el nombre més gran que es pot obtenir omplint els quatre quadrats blancs de l'expressió

$$(\square + \square)^{\square - \square}$$

amb els quatre dígit 2, 0, 2 i 6?

- A)  $2^4$       B)  $2^6$       C)  $2^8$       D)  $2^{10}$       E)  $2^{12}$

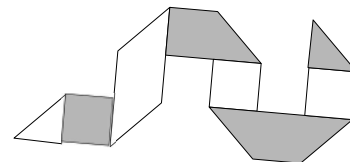
6. Un hotel té 9 habitacions. Les habitacions són totes triples o quàdruples. Un grup de 30 persones s'allotja a l'hotel i omple completament totes les habitacions. Quantes habitacions quàdruples té l'hotel?

- A) 1      B) 2      C) 3      D) 4      E) 5

7. Una botiga ofereix una promoció als seus clients: «Si compres tres articles, el més barat et surt de franc». La Júlia vol comprar sis articles, que tenen un preu de 2,90 €, 3,10 €, 3,50 €, 4,30 €, 4,60 € i 4,90 €. Quants euros es pot estalviar com a màxim amb els dos articles que li sortiran de franc?

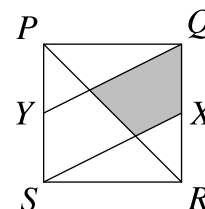
- A) 8,10 €      B) 7,70 €      C) 7,40 €      D) 7,20 €      E) 6,60 €

8. L'Ali fa set plecs en una tira de paper que té un costat blanc i l'altre fosc, com es veu en la figura. Si la desplega, com hauran quedat marcats els plecs al costat blanc de la tira?



- A)
- B)
- C)
- D)
- E)

9. La figura mostra un quadrat  $PQRS$ . Els punts  $X$  i  $Y$  són els punts mitjans dels costats  $QR$  i  $PS$ , respectivament. Quina fracció del quadrat està ombrejada?



- A)  $\frac{1}{8}$
- B)  $\frac{1}{6}$
- C)  $\frac{1}{5}$
- D)  $\frac{1}{4}$
- E)  $\frac{1}{3}$

10. Quants nombres de tres xifres,  $\overline{abc}$ , satisfan la igualtat  $a = \left(\frac{b}{c}\right)^2$ ?

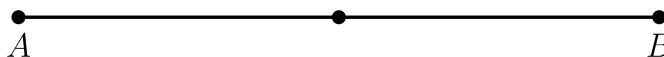
- A) 16
- B) 10
- C) 9
- D) 8
- E) 4

### Qüestions de 4 punts

11. Quina és la suma de les xifres del resultat de la divisió de  $\underbrace{333 \cdots 3}_{2026}$  entre 33?

- A) 1111
- B) 2025
- C) 2026
- D) 3039
- E) Cap de les anteriors.

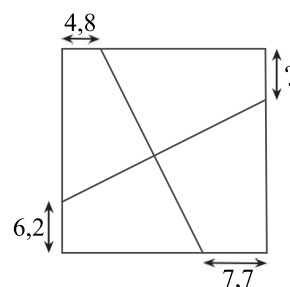
12. Dos punts,  $P$  i  $Q$ , es trien a l'atzar en un segment de recta  $AB$ , de manera que cap dels dos és el punt mitjà.



Quina és la probabilitat que el segment  $PQ$  contingui el punt mitjà del segment  $AB$ ?

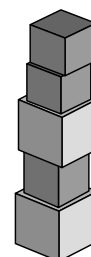
- A)  $\frac{1}{4}$
- B)  $\frac{1}{3}$
- C)  $\frac{1}{2}$
- D)  $\frac{2}{3}$
- E)  $\frac{3}{4}$

13. La imatge mostra un quadrat i dues rectes que són perpendiculars. Es donen les longituds de tres segments. Quina és la longitud del segment amb el signe d'interrogació?



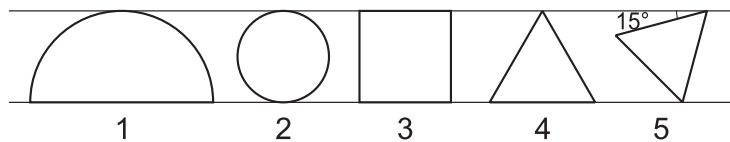
- A) 6,6
- B) 6,3
- C) 6,1
- D) 5,9
- E) 5,6

14. Tenim dues classes de cubs, uns de 5 cm d'alçada i els altres de 4 cm d'alçada. Si en podem utilitzar tants com vulguem de cada classe per a apilar-los i construir torres, quin és el nombre enter més gran de centímetres que no podrà ser mai l'alçada d'una d'aquestes torres?



- A) Cap dels anteriors és el més gran.
- B) 101 cm
- C) 17 cm
- D) 11 cm
- E) 7 cm

15. Tenim cinc figures que estan situades entre dues rectes paral·leles:



Les figures estan numerades de l'1 al 5 i són, en aquest ordre: un semicercle, un cercle, un quadrat i dos triangles equilàters, que tenen àrees, respectivament,  $S_1, S_2, S_3, S_4$  i  $S_5$ . Sabem la mesura de l'angle que forma un dels costats de  $S_5$  amb una de les rectes paral·leles, que és de  $15^\circ$ . Quina de les respostes és certa?

- A)  $S_1 > S_2 > S_3 > S_4 > S_5$       B)  $S_1 > S_3 > S_2 > S_4 > S_5$       C)  $S_1 > S_4 > S_3 > S_2 > S_5$   
 D)  $S_1 > S_3 > S_4 > S_2 > S_5$       E)  $S_1 > S_3 > S_2 > S_5 > S_4$

16. Es llancen dos daus i s'anota el producte dels nombres obtinguts. L'Ariadna obté un punt si el producte és divisible per 4. En Damià obté un punt si el producte és divisible per 6. Quina és la probabilitat que tots dos obtinguin un punt en la mateixa tirada?

- A)  $\frac{1}{18}$       B)  $\frac{1}{9}$       C)  $\frac{5}{36}$       D)  $\frac{7}{36}$       E)  $\frac{2}{9}$

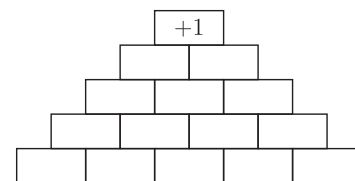
17. Cadascuna de les canonades que es representen és de secció circular i, en cada bifurcació, l'àrea de la secció de la canonada inicial és igual a la suma de les àrees de les dues canonades després de la bifurcació. Quin és el radi de la canonada superior (indicada amb  $d$ ) si els altres tres radis, els de les canonades  $a, b$  i  $c$  són, respectivament, 1 cm, 4 cm i 8 cm?

- A) 13 cm      B) 12 cm      C) 11 cm      D) 10 cm      E) 9 cm



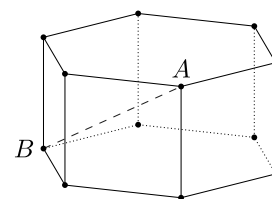
18. En la piràmide de la dreta, l'Elisabet vol omplir totes les caselles de la fila inferior amb un  $+1$  o un  $-1$ , de manera que si omple les caselles restants amb el producte dels dos nombres que hi ha just a les caselles de sota, li quedi un  $+1$  a la casella superior. De quantes maneres diferents pot omplir les caselles?

- A) 8      B) 16      C) 18      D) 20      E) 32



19. Les cares del prisma que es veu en la figura són dos hexàgons regulars i sis quadrats. Totes les arestes mesuren 1 cm. Quants centímetres mesura el segment  $AB$  indicat en la figura?

- A)  $\sqrt{2}$       B)  $\sqrt{3}$       C)  $\sqrt{4}$       D)  $\sqrt{5}$       E)  $\sqrt{6}$



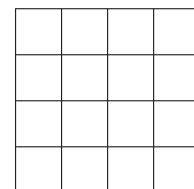
20. L'Olga llança 100 daus i multiplica tots els nombres que apareixen a les cares superiors. Si el producte resultant hagués estat  $6^{70}$ , quin és el nombre mínim de vegades que hauria d'haver sortit el 6?

- A) 10      B) 12      C) 24      D) 30      E) 35

## Qüestions de 5 punts

21. L'Àngel té una graella  $4 \times 4$  feta de 16 quadrats. Vol utilitzar un cúter per a fer talls rectes a la graella, de manera que no quedi cap quadrat intacte. Quin és el nombre mínim de talls que ha de fer?

- A) 2      B) 3      C) 4      D) 5      E) 6



22. Els nombres reals  $a$  i  $b$  compleixen les igualtats següents:  $9^a = 11^b = 9801$ . Quant és  $1/a + 1/b$ ?

- A)  $\frac{1}{2}$                       B)  $\frac{3}{4}$                       C) 1                      D) 2                      E) 3

23. Els nombres enters  $1, 2, \dots, 40$  estan escrits en una pissarra. Fem 39 passos, numerats de l'1 al 39, de manera que en el pas de nombre  $k$  fem el següent:

- Si  $k$  és múltiple de 7, esborrem dos nombres qualssevol de la pissarra i hi escrivim la seva suma més 5.
- Si  $k$  no és múltiple de 7, esborrem dos nombres qualssevol de la pissarra i hi escrivim la seva suma menys 1.

Quin nombre quedarà escrit en la pissarra després dels 39 passos?

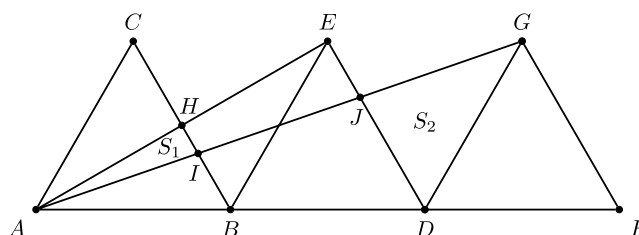
- A) 781                      B) 801                      C) 811                      D) 819                      E) 821

24. Tenim 24 nombres naturals consecutius. La suma dels 15 nombres més petits és igual a la suma dels 9 nombres restants. Quin és el nombre més petit d'aquests 24 nombres?

- A) 14                      B) 13                      C) 12                      D) 11                      E) 10

25. Tres triangles equilàters iguals estan dibuixats sobre el segment  $AF$  com es mostra en la figura. Anomenem  $S_1$  l'àrea del triangle  $AHI$  i  $S_2$  l'àrea del triangle  $DGJ$ . Quina és la proporció  $S_1 : S_2$ ?

- A) 3 : 5                      B) 2 : 3                      C) 1 : 5  
D) 1 : 3                      E) 1 : 4

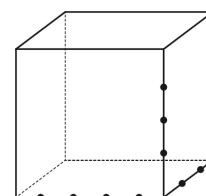


26. Una funció  $f$  té la propietat que per a cada nombre real  $x$ ,  $f(x + 10) = f(x)$  i  $f(6 - x) = -f(x)$ . Si  $f(27) = 9$ , quant val  $f(9) + f(13)$ ?

- A) -9                      B) -27                      C) -3                      D) 3                      E) 9

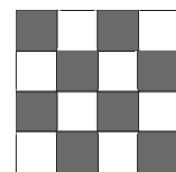
27. S'han seleccionat nou punts en tres arestes d'un cub, tal com es mostra en la figura. Quantes piràmides triangulars es poden formar que tinguin tots els vèrtexs en algun d'aquests nou punts?

- A) 24                      B) 36                      C) 48                      D) 60                      E) 72



28. En un tauler  $4 \times 4$ , acolorit com es mostra en la figura, volem fer que tots els quadrats quedin de color blanc repetint l'operació següent: escollim 4 quadrats qualssevol que formin un quadrat  $2 \times 2$  i en canviem el color. Quin és el nombre mínim de vegades que hem de repetir l'operació?

- A) 4                      B) 6                      C) 8                      D) 16                      E) És impossible fer-ho.



29. Per a cada nombre natural  $n$ , anomenem  $a_n$  l'enter més gran que és més petit o igual que  $\sqrt{n}$ .

Quant val  $a_1 - a_2 + a_3 - a_4 + a_5 - a_6 + \dots + a_{2025} - a_{2026}$ ?

- A) -22                      B) 22                      C) -2026                      D) 2026                      E) 0

30. Per a qualsevol nombre  $x > 0$ , definim així l'arrel triangular de  $x$ :

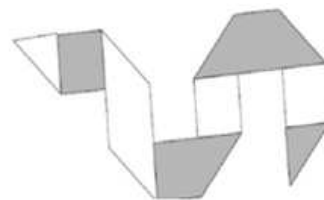
$$\sqrt[3]{x} = s, \text{ si } s > 0 \text{ és el nombre que compleix } \frac{s(s+1)}{2} = x.$$

Quina de les expressions següents equival a  $\sqrt[3]{4x - \sqrt[3]{x}}$ ?

- A)  $2 \sqrt[3]{x}$                       B)  $4 \sqrt[3]{x} - 1$                       C)  $3 \sqrt[3]{x}$                       D)  $\sqrt[3]{x^2 + x}$                       E)  $\sqrt[3]{x^2}$



8. L'Ali fa set plects en una tira de paper que té un costat blanc i l'altre fosc, com es veu en la figura. Si la desplega, com hauran quedat marcats els plects al costat blanc de la tira?



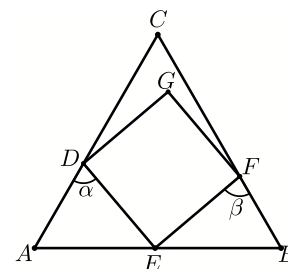
- A) 
  
B) 
  
C) 
  
D) 
  
E)

9. Quants nombres de tres xifres,  $\overline{abc}$ , satisfan la igualtat  $a^2 = b \cdot c$ ?

- A) 8                      B) 9                      C) 17                      D) 16                      E) 10

10. En la figura  $ABC$  és un triangle equilàter i  $DEFG$  és un quadrat que té tres vèrtexs en els costats del triangle. Quin és el valor de  $\alpha + \beta$ ?

- A)  $100^\circ$                       B)  $120^\circ$                       C)  $150^\circ$                       D)  $180^\circ$   
E) Pot dependre de la posició del punt  $E$ .

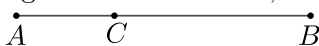


### Qüestions de 4 punts

11. Quina és la suma de les xifres del resultat de la divisió del nombre de 100 xifres  $202620262026 \dots 2026$  entre 1013?

- A) 50                      B) 100                      C) 150                      D) 200                      E) 250

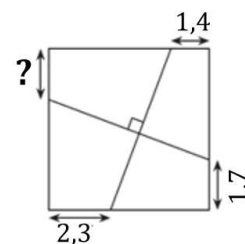
12. Dos punts,  $P$  i  $Q$ , es trien a l'atzar en un segment de recta  $AB$ , de manera que cap dels dos és el punt  $C$  que compleix  $\overrightarrow{AC} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$ .



Quina és la probabilitat que el segment  $PQ$  **no** contingui el punt  $C$ ?

- A)  $\frac{2}{9}$                       B)  $\frac{1}{3}$                       C)  $\frac{4}{9}$                       D)  $\frac{5}{9}$                       E)  $\frac{2}{3}$

13. La imatge mostra un quadrat i dues rectes que són perpendiculars. Es donen les longituds de tres segments, a saber 1,4 cm, 1,7 cm, 2,3 cm. Quina és la longitud del segment amb el signe d'interrogació?



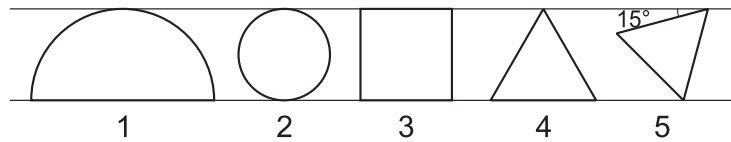
- A) 2,0 cm                      B) 2,1 cm                      C) 2,3 cm                      D) 2,5 cm                      E) 2,7 cm

14. Quin és el nombre enter més gran que **NO** té la propietat que es pot posar com a suma de diversos sumands, cadascun dels quals és igual o bé a 8 o bé a 3?

**Nota:** Es poden considerar, sense restricció, sumes amb tots els sumands iguals.

- A) 13                      B) 49                      C) 101                      D) 2026  
E) Es poden trobar nombres tan grans com vulguem que **no** compleixen la propietat.

15. Tenim cinc figures que estan situades entre dues rectes paral·leles:



Les figures estan numerades de l'1 al 5 i són, en aquest ordre: un semicercle, un cercle, un quadrat i dos triangles equilàters, que tenen àrees, respectivament,  $S_1, S_2, S_3, S_4$  i  $S_5$ . Sabem la mesura de l'angle que forma un dels costats de  $S_5$  amb una de les rectes paral·leles, que és de  $15^\circ$ . Quina de les respostes és certa?

- A)  $S_1 > S_3 > S_2 > S_5 > S_4$       B)  $S_1 > S_3 > S_4 > S_2 > S_5$       C)  $S_1 > S_4 > S_3 > S_2 > S_5$   
 D)  $S_1 > S_2 > S_3 > S_4 > S_5$       E)  $S_1 > S_3 > S_2 > S_4 > S_5$

16. Es llancen dos daus i s'anota la suma dels nombres obtinguts. L'Ariadna obté un punt si la suma és divisible per 2. En Damià obté un punt si la suma és divisible per 3. Quina és la probabilitat que tots dos obtinguin un punt en la mateixa tirada?

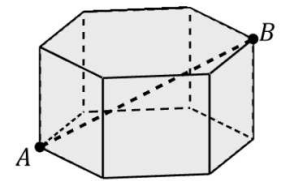
- A)  $\frac{7}{36}$       B)  $\frac{1}{6}$       C)  $\frac{5}{36}$       D)  $\frac{1}{9}$       E)  $\frac{1}{12}$

17. Cadascuna de les canonades que es representen és de secció circular i, en cada bifurcació, l'àrea de la secció de la canonada inicial és igual a la suma de les àrees de les dues canonades després de la bifurcació. Quin és el radi de la canonada superior (indicada amb  $d$ ) si els altres tres radis, els de les canonades  $a, b$  i  $c$  són, respectivament, 3 cm, 4 cm i 12 cm?



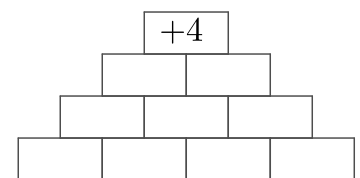
- A) 9 cm      B) 11 cm      C) 13 cm      D) 17 cm      E) 19 cm

18. Les cares del prisma que es veu en la figura són dos hexàgons regulars i sis quadrats. Totes les arestes mesuren 1 cm. Quants centímetres mesura el segment  $AB$  indicat en la figura?



- A)  $\sqrt{2}$       B)  $\sqrt{3}$       C)  $\sqrt{4}$       D)  $\sqrt{5}$       E)  $\sqrt{6}$

19. En la figura de la dreta, l'Emma vol omplir totes les caselles de la fila inferior amb un nombre del conjunt  $+1, +2, +4, -1, -2, -4$  de manera que si després omple cadascuna de les altres caselles amb el producte dels dos nombres que hi ha just a les dues caselles adjacents de sota, li quedi un  $+4$  a la casella superior. De quantes maneres diferents pot omplir les caselles?



- A) 24      B) 36      C) 48      D) 20      E) 16

20. L'Olga llança 40 daus i multiplica tots els nombres de punts que apareixen a les cares superiors. Si el producte resultant hagués estat exactament  $4^{30}$ , quin és el nombre mínim de vegades que hauria d'haver sortit el 4?

- A) 10      B) 16      C) 20      D) 24      E) 30

## Qüestions de 5 punts

21. En un tauler  $3 \times 3$ , acolorit com es mostra en la figura, volem fer que tots els quadrats quedin de color blanc repetint l'operació següent: escollim 4 quadrats qualssevol que formin un quadrat  $2 \times 2$  i en canviem el color. Quin és el nombre mínim de vegades que hem de repetir l'operació?



- A) 3      B) 4      C) 6      D) 8      E) És impossible fer-ho.

22. Els nombres enters  $1, 2, \dots, 40$  estan escrits en una pissarra. Fem 39 passos, numerats de l'1 al 39, de manera que en el pas de nombre  $k$  fem el següent:

- Si  $k$  és múltiple de 5, esborrem dos nombres qualssevol de la pissarra i hi escrivim la seva suma més 5.
- Si  $k$  no és múltiple de 5, esborrem dos nombres qualssevol de la pissarra i hi escrivim la seva suma menys 1.

Quin nombre quedarà escrit en la pissarra després dels 39 passos?

- A) 781                      B) 801                      C) 811                      D) 823                      E) 835

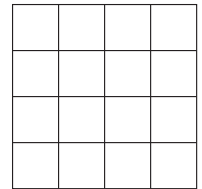
23. Els nombres reals  $a$  i  $b$  compleixen les igualtats següents:  $2^a = 5^b = 10\,000$ . Quant és  $1/a + 1/b$ ?

- A)  $\frac{1}{2}$                       B)  $\frac{3}{2}$                       C) 1                      D)  $\frac{1}{4}$                       E)  $\frac{3}{4}$

24. Tenim 21 nombres naturals consecutius. La suma dels 11 nombres més petits és igual a la suma dels 10 nombres restants. Quin és el nombre més gran d'aquests 21 nombres?

- A) 100                      B) 110                      C) 120                      D) 130                      E) 140

25. L'Àngel té una graella  $4 \times 4$  feta de 16 quadrats. Si traça tres segments de recta a l'interior de la graella, quin és el màxim nombre de quadrats pels quals pot aconseguir que hi passi algun dels tres segments (per algun dels seus punts interiors)?

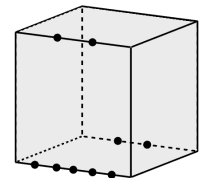


- A) 12                      B) 13                      C) 14                      D) 15                      E) 16

26. Una funció  $f$  té la propietat que per a cada parella de nombres reals  $x, y$  es compleix que  $f(x \cdot y) = \frac{f(x)}{y}$ . Si es compleix que  $f(32) = 63$ , quin és el valor de  $f(24)$ ?

- A) 126                      B) 63                      C) 32                      D)  $\frac{189}{4}$                       E) 84

27. S'han seleccionat nou punts en tres arestes d'un cub, tal com es mostra en la figura, cinc en una aresta, dos en una altra i dos en una altra. Quantes piràmides triangulars es poden formar que tinguin tots els vèrtexs en algun d'aquests nou punts?

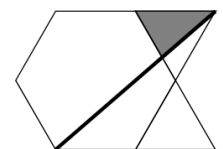


- A) 24                      B) 36                      C) 48                      D) 60                      E) 72

28. Per a cada nombre natural  $n$ , anomenem  $a_n$  l'enter més gran que és més petit o igual que  $\sqrt[3]{n}$ . Quant val  $a_1 - a_2 + a_3 - a_4 + a_5 - a_6 + \dots + a_{215} - a_{216}$ ?

- A) 0                      B) 3                      C) -3                      D) 22                      E) -22

29. Amb 10 segments de la mateixa longitud hem dibuixat la figura adjunta, que té una àrea total de  $24\text{ cm}^2$  (sumant la de l'hexàgon regular i la dels dos triangles equilàters). Després, hem traçat el segment gruixut que uneix dos vèrtexs de la figura. Quina és l'àrea del triangle ombrejat?



- A)  $\sqrt{2}$                       B)  $\sqrt{3}$                       C) 2                      D)  $\sqrt{5}$                       E) 3

30. Per a qualsevol nombre  $x > 0$ , definim així l'arrel triangular de  $x$ :

$$\triangleleft x = s, \text{ si } s > 0 \text{ és el nombre que compleix } \frac{s(s+1)}{2} = x.$$

Quina de les expressions següents equival a  $\triangleleft \sqrt{4x - \triangleleft x}$ ?

- A)  $\triangleleft x^2 + 1$                       B)  $\triangleleft x^2 + x$                       C)  $3 \triangleleft x + 1$                       D)  $2 \triangleleft x$                       E)  $2 \triangleleft x - 1$