

# Problemes a l'esprint de 3r i 4t d'ESO

## Activitat telemàtica de resolució de problemes

10 de desembre de 2025



amb la col·laboració del



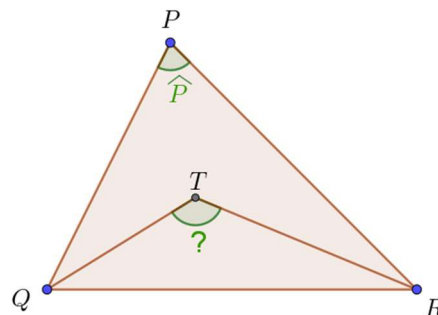
i el suport de



### Primer grup de problemes

**Problema 1.** Aquest problema depèn de la contrasenya. Heu de considerar un valor **A** que és el nombre que es llegeix en les dues primeres xifres de la contrasenya.

En la figura tenim l'esquema d'un triangle  $PQR$  i les bisectrius dels angles  $Q$  i  $R$ , que es tallen en un punt  $T$ . Si l'angle  $\hat{P}$  mesura **A** graus, quants graus mesura l'angle  $\widehat{QTR}$ ?



(Nota: com que l'angle  $\hat{P}$  depèn de la contrasenya, el dibuix no es correspon amb aquesta dada)

La resposta s'ha de passar al problema 7 com a nombre **R**.

### Problema 2.

Si un nombre el dividim per 2 dona residu 1, si el dividim per 3 també dona residu 1, si el dividim per 4 també dona residu 1, si el dividim per 5 també dona residu 1, si el dividim per 6 també dona residu 1, però en canvi si el dividim per 7 dona exacte. Quin és el nombre més petit que compleix aquestes condicions?

### Problema 3.

Ve del problema 5 un nombre **Q** que depèn de la contrasenya

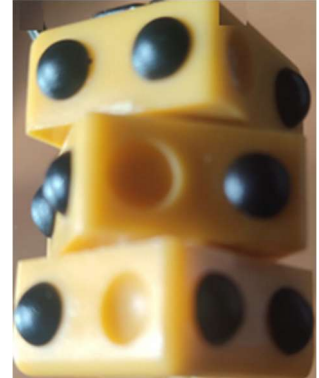
Un rectangle gran s'ha descompost en tres rectangles menuts, sense solapaments. El primer fa  $7 \times \mathbf{Q}$  i el segon fa  $4 \times 8$  (unitats en cm).

Quina és l'àrea més gran possible que pot tenir el rectangle inicial, expressada en  $\text{cm}^2$ ?

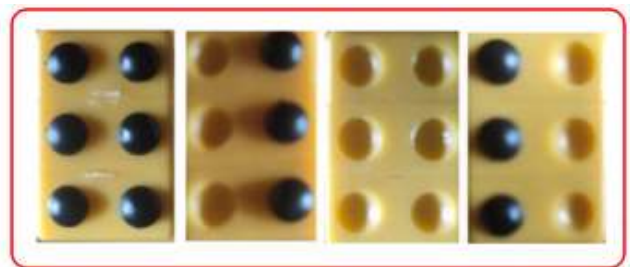
## Problema 4.

Segurament ja sabeu que els caràcters per a l'escriptura Braille estan definits per una combinació de fins a sis punts disposats en un caixetí de tres files i dues columnes. Per cada caixetí una determinada combinació d'aquests punts està en relleu i permet la codificació.

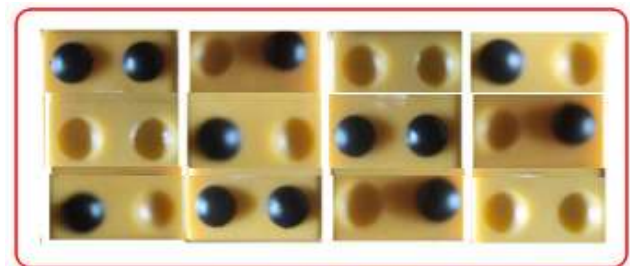
L'ONCE ofereix com a regal un objecte format per tres peces quadrades, encaixades, que es poden fer girar, cada una independentment de l'altra, respecte un eix central i d'aquesta manera passen a formar un prisma quadrangular, que pot tenir diferents configuracions.



Aquesta que veieu a la dreta és la configuració inicial amb que es dona el prisma, vistes les cares seguint un ordre antihorari.



Amb algunes rotacions podem fer visual, per exemple, aquesta altra configuració del prisma, mirat globalment.



Amb quantes configuracions diferents pot aparèixer el prisma si fem totes les possibles rotacions i ajustem perfectament les cares?

(Entenem per "configuració" la visualització de les cares i l'ordre en què apareixen; a les imatges anteriors en teniu dos exemples)

**Heu de passar al problema 9 com a valor  $D = \text{la resposta} + 2$ .**

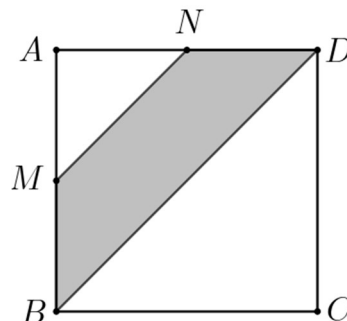
Per acabar aquesta reflexió hem de dir que el disseny és molt i molt valuós perquè, a base de fer les rotacions adequades, podem obtenir en alguna de les cares del prisma qualsevol dels codis Braille de les lletres, nombres i altres signes complementaris. Pot ser una bona experimentació per a completar l'exercici que acabeu de fer.

## Segon grup de problemes

### problema 5.

Aquest problema depèn de la contrasenya. Heu de considerar un valor **S** que és el nombre que es llegeix en les dues darreres xifres de la contrasenya.

$ABCD$  és un quadrat d'àrea **S**  $\text{cm}^2$ .  $M$  i  $N$  són, respectivament, els punts mitjans de  $AB$  i de  $DA$ . Quina és, en  $\text{cm}^2$  l'àrea de la zona ombrejada?



La resposta passa al problema 3 com a valor **Q**

---

### problema 6.

El nombre  $10!$  (10 factorial) es defineix com  $10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$ .

Quants divisors imparells té  $10!$  ?

---

### problema 7. Ve un nombre **R** del problema 1

En una explotació ramadera hi ha ovelles i cabres. S'observa que 9 ovelles i 9 cabres produeixen en 5 dies la mateixa quantitat total de llet que produeixen 3 ovelles i 11 cabres en 6 dies. Quantes ovelles produirien en un dia la mateixa quantitat de llet que **R** cabres?

---

### problema 8.

Prenem un nombre natural  $N$  de dues xifres. Si  $M$  representa el nombre quan invertim l'ordre de les xifres de  $N$ , per a quants valors de  $N$  es compleix  $M \geq 3N$  ?

La resposta menys **1** passa al problema 9 com a nombre **C**.

---

---

## Reptes finals

### Problema 9.

Venen un nombre **C** del problema 8 (la resposta menys 1) i un nombre **D** del problema 4 (la resposta més 2).

Considerem el nombre  $N = C^D \cdot 4^3$

- De quantes maneres diferents podem escriure  $N = a^b$  amb  $a$  i  $b$  nombres enters més grans que 1?
- Quin és el valor més petit possible que pot tenir la suma  $a + b$ ?

La resposta a la primera pregunta passa al problema 10 com a valor **T**.

---

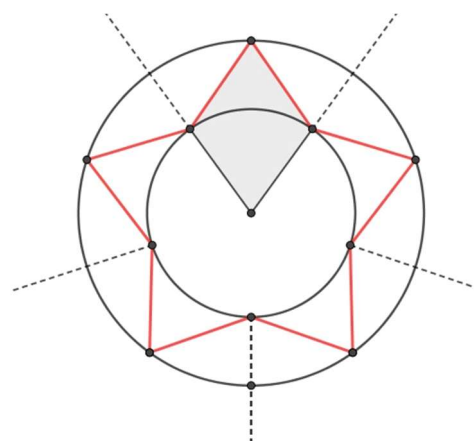
**problema 10.** Ve un nombre **T** del problema anterior.

En l'art islàmic hi ha moltes figures fetes a base de tessellacions amb estrelles i rosetes.



Una *estrella regular* de  $n$  puntes es construeix a partir de dues circumferències concèntriques. La circumferència exterior es divideix en  $n$  parts iguals que seran els vèrtexs exteriors de l'estrella. Es fa la mediatriu de cada parella d'aquests punts, i el punt en què talla a la circumferència interior és un dels vèrtexs interiors de l'estrella.

Una estrella regular es diu *paral·lela* si unint amb el centre de la circumferència dos vèrtexs interiors, aquests dos segments juntament amb dos costats de l'estrella formen un rombe. La figura de la dreta mostra una estrella regular i paral·lela, de 5 puntes.



Quin és el resultat de dividir les longituds dels radis de les dues circumferències que cal emprar (el radi gran dividit pel radi petit) per a construir una estrella regular paral·lela de **2T** puntes?

(Nota: en podeu veure algunes a la imatge que encapçala aquest enunciat)

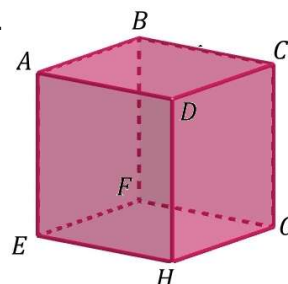
Si la resposta és un nombre enter l'escriureu com a tal, sense signe.  
Si no és enter, el donareu arrodonit al quart decimal.

---

## Problemes de propina

### Propina 1.

Vuit mosques estan situades en els vuit vèrtexs d'un cub. Quan sona un xiulet cada mosca vola a un altre vèrtex, que ha de ser un dels que estan situats diagonalment en una de les cares a què pertany el seu vèrtex.



Per exemple en aquest cub la mosca *A* pot volar a *C*, *F* i *H*.

De quantes maneres diferents poden quedar situades les mosques en el cub si, a partir del cub de la figura, després d'un d'aquests vols, queda exactament una mosca en cada vèrtex?

---

### Propina 2.

En aquest problema treballarem amb un procediment *canvianombre* que aplicarem a nombres enters positius i que consisteix en modificar cada xifra parella del nombre posant-hi la seva meitat (és a dir que substituïm una xifra per una altra) i, en comptes de cada xifra imparella hi posem el seu doble (és a dir que en aquest cas es pot substituir una xifra per una altra o bé per dues xifres). Per exemple *canvianombre* aplicat a 81 ens dona 42 i aplicat a 87 ens dona 414.

Si, a partir d'un cert nombre enter creem una successió aplicant-li *canvianombre* i successivament fem *canvianombre* amb els nombres que van resultant, quina quantitat de nombres tindrà la successió més llarga que podem obtenir de manera que tots els nombres de la llista siguin diferents?

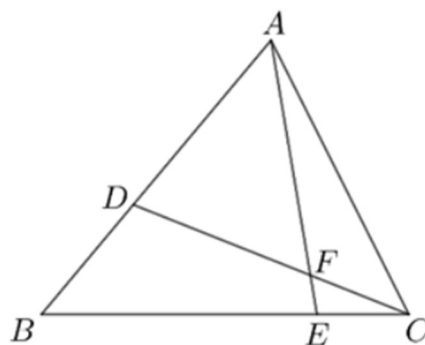
---

### Propina 3.

En un triangle *ABC*, *D* és un punt del costat *AB* que compleix  $BD/DA = 1/2$  i *E* és un punt del costat *CB* que compleix  $CE/EB = 1/4$ .

Els segments *DC* i *AE* es tallen en el punt *F*.

Quin és el valor de la raó de distàncies  $CF/FD$  ?



(Nota:

el dibuix s'ha de prendre com un esquema; no es correspon amb les dades de l'enunciat)

**La solució s'haurà d'escriure com una fracció irreductible**

---