

PROBLEMES A L' ESPRINT 12ESO (19 de febrer de 2025)



Societat
Catalana de
Matemàtiques



feemcat
Federació d'Estats per a l'Ensenyament
de les Matemàtiques a Catalunya

amb la col·laboració del

mmaca

i el suport de

CREAMAT

APOTEMA

Primer grup de problemes

Cada equip ha rebut amb la inscripció una contrasenya de 9 caràcters de la forma

Iletra lletra xifra xifra xifra lletra lletra xifra xifra

Per al primer problema heu d'agafar tres xifres de la contrasenya, les indicades com xifra xifra xifra (3r, 4t i 5è caràcter de la contrasenya) que seran, en aquest ordre, tres nombres diferents a, b, c

Problema 1.

Si efectuem la divisió

$aaabbbcccaaabbbcccaaabbbccc \underline{111}$

Quantes xifres té el quocient? Quina és la suma de les xifres del quocient?

Atenció: La suma S de les xifres del quocient passa al problema 7

Problema 2

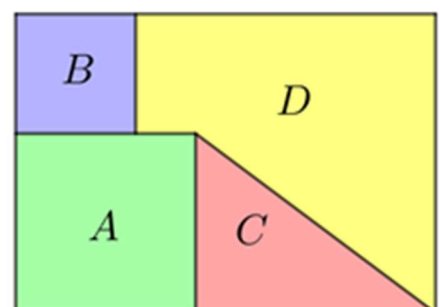
Hi ha 65 ocells repartits en tres arbres. Al cap d'una estona 10 ocells marxen del primer arbre, 9 marxen del segon i 7 marxen del tercer. Aleshores en cada arbre hi ha el mateix nombre d'ocells. Quants ocells hi havia inicialment en l'arbre en el qual hi havia més ocells?

Problema 3

Ve un nombre A del problema 5

Dividim un rectangle en quatre trossos tal com s'indica en la figura (que només és indicativa; poc està feta amb les mides reals). A és un quadrat d'àrea A cm², B un quadrat d'àrea 25 cm² i C un triangle d'àrea 40 cm².

Quina és l'àrea del polígon D ?



Problema 4

En una nau d'una granja hi ha gallines, pollastres i ànecs. Ens diuen que per cada pollastre hi ha exactament 4 gallines i, també exactament, hi ha 10 gallines més que ànecs. Si la capacitat màxima de la nau és de 50 animals, quin és el nombre màxim de gallines que hi pot haver?

Atenció!!! La resposta passa al problema 9 com a nombre *G*

Segon grup de problemes

Problema 5

A partir d'un nombre natural es procedeix així:

- si és parell, es divideix entre 2 i si és imparell se li resta 1 i seguidament es va repetint aquesta acció amb el nombre resultant tantes vegades com calgui fins arribar a obtenir com a resultat 0, cosa que sempre succeeix.

Per exemple, si partim de 2025 arribaríem a 0 amb 18 passos:

2025 → 2024 → 1012 → 506 → 253 → 252 → 126 → 63 → 62 → 31 → 30 → 15 → 14 → 7 → 6 → 3 → 2 → 1 → 0

Es demana que calculeu quin és el nombre més gran i quin és el nombre més petit que, agafats com a nombres inicials, arriben al resultat 0 en exactament 7 passos.

Atenció: El nombre més gran dels dos que es demanen, passa com a nombre *A* al problema 3

Problema 6

(fem servir L per a indicar l'abreviatura de litres)

3 litres d'aigua lleugerament salada (2 g/L) es barregen amb 5 litres d'aigua de mar, molt salada, (10 g/L). Quan ja està ben barrejat es treuen 2 L de la barreja i es substitueixen per 2 L d'aigua de mar, amb la mateixa concentració que l'anterior. Quina serà la quantitat de sal (expressada com una concentració en g/L) que tindrà la barreja final?

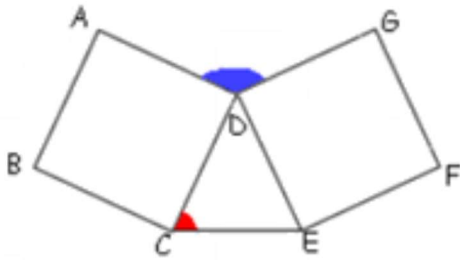
La resposta es demana com un nombre decimal en g/L.

Amb dos decimals, separant la part entera de la part decimal amb la ,

Problema 7

Ve un nombre S , variable segons la contrasenya, que serà la mesura de l'angle vermell.

En la figura següent, en la qual es veuen dos quadrats iguals ABCD i DEFG, l'angle acolorit en el vèrtex C té una mesura de S° .



Quina és la mesura de l'angle, exterior a la figura, que té el vèrtex en D i està acolorit?

Problema 8

Hem dividit un quadrat en 21 quadrats, d'aquests n'hi ha 20 que són iguals, i que tenen el costat d'1 cm. De quants cm^2 és la superfície del quadrat inicial?

Atenció: La resposta numèrica passa al problema 9 com a valor Q .

Reptes finals

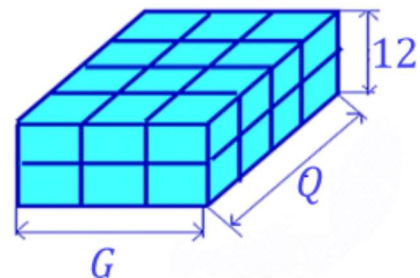
Problema 9


Venen un nombre G i un altre Q , respectivament dels problemes 4 i 8

Tenim un bloc de fusta en forma d'ortocedre (paral·lelepípede rectangular) pintat exteriorment de color blau.

Les longituds de les arestes són 12 cm, G cm i Q cm, on

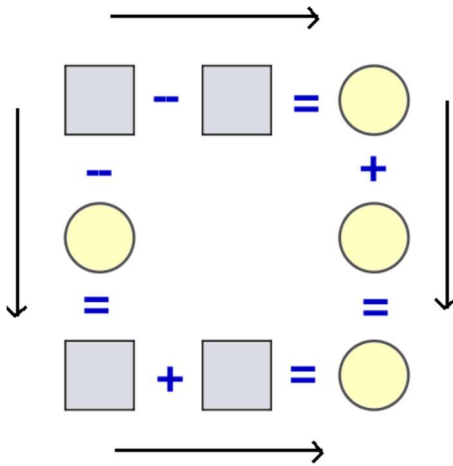
G i Q són els nombres que venen dels problemes 4 i 8..



El dividim en peces en forma d'ortocedre, , totes iguals, tallant-lo seguint les línies indicades a la figura (en tres parts iguals per l'amplada, quatre parts iguals per la fondària i dues parts iguals per l'alçària) de manera que cada peça queda amb una o dues o tres cares pintades. Si volem que totes les peces tinguin totes les cares pintades, quina serà la superfície total que ens quedarà per pintar (sense repintar-ne cap)?

10. Com a final un trencaclosques numèric.

Es tracta de posar en els quatre quadrats els nombres imparells 1, 3, 5 i 7, un en cada quadrat, i en els quatre cercles els nombres parells 2, 4, 6, 8, un en cada cercle, de manera que es compleixin les operacions indicades en cada costat.



Es demanarà que ompli un formulari que reproduirà el tauler de joc anterior. Hi ha diverses solucions. Totes seran vàlides!!!

Problemes de propina

Propina 1

En l'expressió $2 \times \text{MIL} + 20 + \text{CINC}$ substituïm cada lletra per una xifra del conjunt $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ (amb la condició que a lletres diferents se'ls assignen xifres diferents i a la mateixa lletra sempre el mateix valor; farem servir cinc xifres de les deu) i tot seguit fem l'operació indicada. Adoneu-vos que **MIL** serà un nombre de tres xifres i **CINC** un nombre de quatre xifres. Quin és el valor més gran que podem obtenir?

Propina 2

Quants nombres enters positius més petits o iguals que 2025 tenen la propietat que si els dividim per 35 donen el mateix nombre com a quocient i com a residu?

Propina 3

La Júlia té 4 colors diferents amb els quals vol pintar les 4 regions d'aquesta illa, amb la condició que dues regions amb una part de frontera en comú no poden estar pintades del mateix color. De quantes maneres diferents pot pintar aquest mapa amb el benentès que tant pot utilitzar tots 4 colors com només alguns, sempre que es compleixi la condició indicada?

