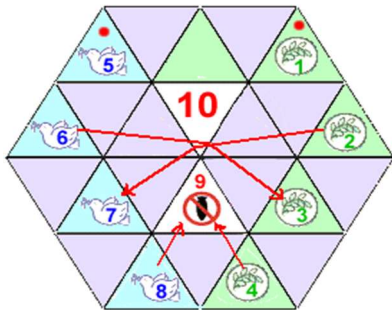


PROBLEMES A L'ESPRINT DE 3r I 4t ESO.
Activitat telemàtica de resolució de problemes
11 de desembre de 2024



amb la col·laboració del



i el suport de



Primer grup de problemes

1.- Aquest problema depèn de la contrasenya

Com a equip participant en els problemes a l'esprint, teniu una contrasenya de 9 caràcters amb l'estructura **lletra lletra xifra xifra xifra lletra lletra xifra xifra**

Un espia ha captat una informació sobre la vostra contrasenya i sap quin és el conjunt de les quatre lletres (potser amb alguna repetida) però no sap quines van les dues primeres i quines les altres dues, ni en quin ordre. També sap quines xifres són les del primer grup de xifres. I també sap quines són les dues xifres del final, però tampoc no sap en quin ordre van aquestes xifres.

Quantes possibles contrasenyes, respectant l'estructura de xifres i lletres, poden correspondre a la informació que ha captat l'espia?

2.- Si el *Cangur Bàsquet Club* aconsegueix 88 punts en el seu pròxim partit, llavors la mitjana de punts que tindrà serà de 85. Però si només n'aconsegueix 78, llavors la mitjana serà 84. Quants partits ha jugat fins ara?

La resposta numèrica passa com a valor D al problema 7

3.- Ve un nombre R del problema 6

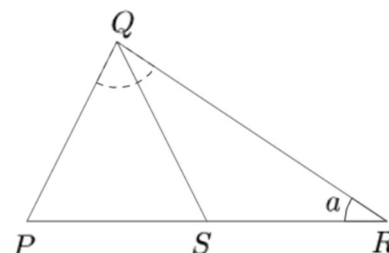
Si dividim un nombre natural N per $R + 3$ obtenim 2 com a residu i, en canvi, si el dividim per $R + 6$, el residu és 9. El quocient que resulta en la segona divisió és igual

als $\frac{2}{3}$ del quocient de la primera. Quin és el nombre N ?

4.- Aquest problema depèn de la contrasenya.

- El valor α que apareix en l'enunciat és el nombre format per les dues darreres xifres de la contrasenya.
- Naturalment la figura és orientativa, no està pas dibuixada amb la mesura correcta dels angles.

En el triangle de la dreta s'ha marcat un punt S del costat PR de manera que les longituds SP , SQ i SR són iguals. L'angle SRQ mesura α° essent α el valor indicat més amunt. Quina és la mesura en graus de l'angle PQR ?



La suma de les xifres de la resposta passa com a valor Q al problema 9.

Segon grup de problemes

5.- Depèn de la contrasenya.

- En aquest problema indicarem com N el nombre que formen les dues darreres xifres de la vostra contrasenya.

Considerem el conjunt \mathbb{C} dels nombres enters de l'1 al N .

$$\mathbb{C} = \{1, 2, 3, \dots, N-2, N-1, N\}$$

Volem triar cinc nombres d'aquest conjunt de manera que n'hi hagi exactament quatre que siguin consecutius i l'altre no. De quantes maneres ho podem fer?

Nota: ens interessa el conjunt de nombre que triem. No hem de pensar en l'ordre en que els podem triar. És a dir que $\{3, 4, 5, 6, 23\}$, per exemple, es la mateixa tria que $\{6, 5, 23, 3, 4\}$.

6.- Considerem un nombre A que ens pot recordar la data d'avui:

$$A = 10^{2024} - 11 \times 12$$

Indiquem com S la suma de les xifres d' A .

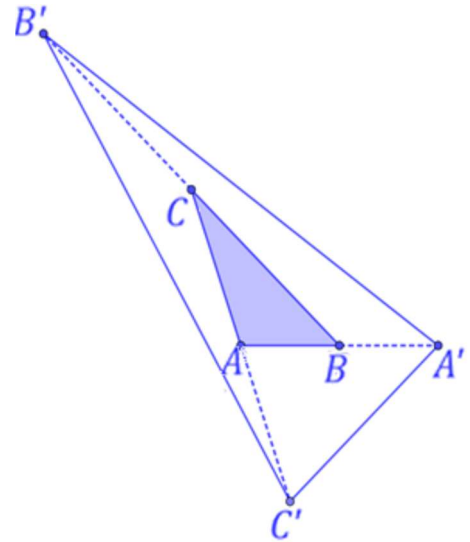
Quin és el quocient i quin és el residu de la divisió del nombre S per 9?

El residu que es demana passa com a valor R al problema 3.

7.- **Ve un nombre D del problema 2.**

A partir d'un triangle ABC construïm un altre triangle $A'B'C'$ així:

- Allarguem el costat AB per tal de determinar un punt A' de manera que la longitud AA' sigui doble que la longitud AB , és a dir que $AB = BA'$.
- Semblantment allarguem el costat BC per a determinar el punt B' .
- Finalment doblem la longitud de CA i determinem C' .



Si l'àrea del triangle ABC és de D cm^2 , quina és l'àrea de $A'B'C'$, també en cm^2 ?

8.- En un parlament han de seleccionar 5 representats per a una determinada comissió, a triar entre 11 candidats. Es tracta d'un país molt especial i els 265 diputats estan obligats a votar i en cada papereta hi han de constar 5 noms diferents dels 11 possibles. Quin és el nombre mínim de vots que fan falta per poder assegurar *a priori* que s'obtindrà la representació?

Nota: Per poder "assegurar" *a priori* que s'obtindrà la representació cal suposar que es queda en una de les cinc primeres posicions, però sense que es produeixi empat en la cinquena i sisena posició,

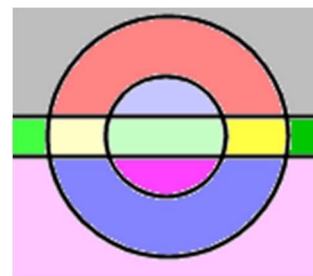
La suma de les xifres de la resposta passa com a valor V al problema 9.

(reptes finals, el 9 i el 10, a la pàgina següent)

Reptes finals

9.- Venen dos nombres, un del problema 4, Q , i altre del problema 8, V , cadascun dels quals és la suma de les xifres de la solució del problema indicat.

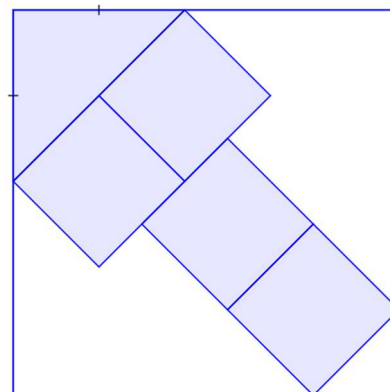
Observeu a la figura que si es dibuixen dues circumferències concèntriques i dues rectes paral·leles que tallen les dues circumferències, el pla queda dividit en 11 regions.



Quantes regions es determinen en un pla si s'hi dibuixen Q rectes paral·leles diferents i V circumferències concèntriques diferents de manera que cadascuna de les rectes talla totes i cadascuna de les circumferències que hem dibuixat?

10.-

A l'interior d'un quadrat de costat 9 cm hem dibuixat un triangle rectangle isòsceles amb l'angle recte en un vèrtex del quadrat i quatre quadrats iguals, que han quedat disposats com mostra la figura.

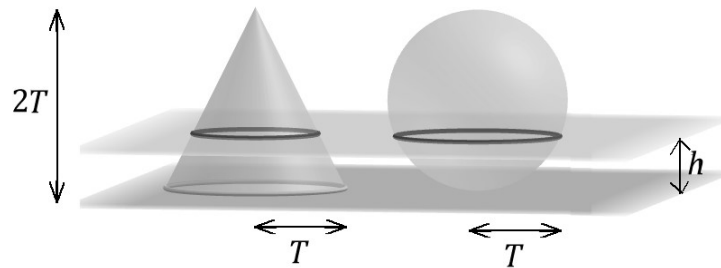


Quina és, en cm^2 , l'àrea total de la zona blanca interior al quadrat, la que no està coberta per cap d'aquests cinc polígons?

(problemes de propina, per quan ja hagueu resolt els deu del concurs, a la pàgina següent)

Problemes de propina

P1.- Un con recte de radi de la base T i altura $2T$ i una esfera de radi T descansen sobre una taula horitzontal. Tallem les dues figures per un pla horitzontal situat a una altura h respecte la taula.



Si ens adonem que les dues seccions, una en el con i una altra en l'esfera, són dos cercles del mateix radi, quina és la raó $\frac{h}{T}$?

P2.- En l'expressió

$$\square\square\% \text{ de } \square\square\square\square = 2024$$

col·loqueu **sis xifres diferents** en els quadradets de manera que sigui certa.

Nota: Si hi ha més d'una solució haureu d'escriure en el formulari de resposta la que correspon a un valor més petit del %.

P3.- Si es compleix que $x - y = 4$ i que $x^3 - y^3 = 76$, quin és el valor de

$$S = 2024 \cdot x^{2025} \cdot y^{2025} ?$$

Nota: si creieu que S pot tenir valors diversos, respondeu el valor més gran. Si creieu que el valor és un nombre de més de 6 xifres, escriureu al formulari de resposta 999999.
