

XI Copa Cangur – Final Categoria Cadet

Atenció:

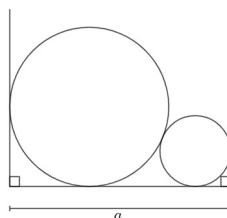
- Les respostes a tots els problemes són nombres enters de com a màxim quatre xifres i sense unitats de mesura.
- Si algun problema no té solució, la resposta que heu de lliurar és 0000 (si la solució és 0, també heu de lliurar 0).
- Si en un problema s'utilitza només un tipus d'unitats, se sobreentén que la resposta ha d'estar en aquestes mateixes unitats, o en aquestes unitats quadrades o cúbiques.
- Les figures mostrades no estan necessàriament a escala per les dades que es donen
- Les mesures angulars s'expressen sempre en graus sexagesimals.
- Els zeros a l'inici d'un nombre enter no compten com a xifres del nombre. És a dir, 00672 és un nombre de 3 xifres i no de 5.

- 1) Quan l'Anna surt de casa seva per anar a casa d'en Biel tarda 60 minuts. Quan en Biel va cap a casa l'Anna (pel mateix camí) tarda 90 minuts en arribar. Si surten cadascú de casa seva al mateix temps, quants minuts tardaran a trobar-se?
- 2) La Clara juga a un videojoc en el qual ha de vèncer un monstre que té molts caps. Pot fer dues accions:
 - Tallar dos caps del monstre. Si fa això, automàticament, al monstre, li creixen 4 caps nous (excepte si s'ha quedat sense caps).
 - Si el nombre de caps que té el monstre és múltiple de 3, aleshores, pot tallar-li dues tercers parts dels caps sense que n'hi aparegui cap de nou.

Si el monstre es queda sense caps, aleshores, guanya la Clara, però si el monstre es queda amb un sol cap, o si arriba a tenir 100 caps o més, aleshores, guanya el monstre.

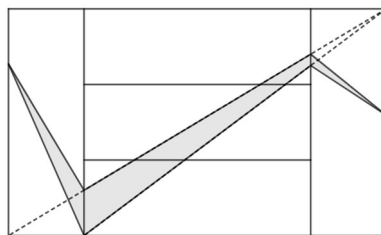
La Clara s'adona que depenent del nombre de caps que tingui el monstre a l'inici del joc, a vegades, el pot guanyar, i, a vegades, no. Si anomenem n al nombre de caps inicials del monstre, per quants valors diferents de n (entre 1 i 100) és possible guanyar el monstre?

- 3) Tenim dos cercles disposats de manera que són tangents entre ells i també són tangents als segments, com es veu a la figura. L'àrea del cercle gran és de $81\pi \text{ cm}^2$ i la del petit és de $16\pi \text{ cm}^2$. Quina és la longitud del segment a ?

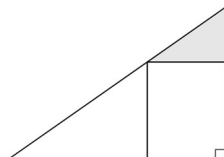


- 4) Si fem la suma de les xifres de cada nombre de 8 xifres que és divisible per 8, d'entre tots els resultats que obtindrem, quin és el més gran?
- 5) Tenim 11 cubs, i si els ordenem de petit a gran veiem que cada cub és 2 cm més alt que l'anterior. També veiem que si fem una torre amb el cub del mig i un dels cubs veïns, aquesta és tan alta com el cub més gran. Quant mesurarà d'altura una torre feta amb els 11 cubs?

- 6) En Xavier i la Joana es reparteixen un pastís de la manera següent: primer, en Xavier parteix el pastís en dues parts; tot seguit, la Joana parteix una de les parts que ha deixat en Xavier en dues parts. Amb els tres trossos sobre la taula, en Xavier agafa el més gran i se'l menja; tot seguit, la Joana es menja el tros més gran dels que han quedat, i, finalment, en Xavier es menja el tros que hi queda. Quina fracció del pastís es pot menjar en Xavier com a màxim amb una estratègia adequada? (Expresseu la solució com una fracció irreductible, i responeu al problema amb la suma del numerador i el denominador).
- 7) En la suma $1+2+3+\dots+99+100$ volem canviar alguns $+$ per $-$ de manera que el resultat de l'operació sigui 4770. Quina és la quantitat màxima de signes que podem canviar?
- 8) Un rectangle de 50 cm^2 està dividit en cinc rectangles iguals, com es veu a la figura. Quina és l'àrea de la regió ombrejada?



- 9) En una graella 3×3 hi ha un nombre positiu a cada casella, posats de tal manera que el producte dels tres nombres de cada fila i de cada columna és igual a 1. A més, el producte dels quatre nombres de totes les subgraelles 2×2 és 2. Quin nombre hi ha a la casella central?
- 10) Un triangle rectangle s'ha dividit en tres peces, dos triangles i un rectangle, tal com es veu a la figura. L'àrea del triangle blanc i la del rectangle són iguals, totes dues mesuren 60 cm^2 . Quant mesura l'àrea del triangle ombrejat?



- 11) A partir d'un nombre de cinc xifres es formen dos nous nombres, que anomenarem a i b . El nombre a s'obté afegint-hi un 6 a la dreta, i el nombre b s'obté afegint-hi un 6 a l'esquerra. Observem que $b=4a$. Quin és el nombre de cinc xifres? (Com a resposta doneu les quatre últimes xifres d'aquest nombre).
- 12) Prenem tots els nombres de tres xifres i els agrupem posant tots els nombres que tenen la mateixa suma de xifres en el mateix grup. Per exemple, el 724 i el 931 són del mateix grup, perquè en els dos casos les xifres sumen 13. Si ara agafem el nombre més petit de cada grup i els sumem tots, quin resultat obtindrem?

- 13) Si $a + b + c = 81$ i $\frac{a}{2} = \frac{b}{3} = \frac{c}{4}$, quant val b ?

14)

$$\begin{aligned} C^2 + O^2 &= 314 \\ P^2 + A^2 &= 477 \\ C + O &= 22 \\ P + A &= 27 \end{aligned}$$

Quant val $C \cdot O + P \cdot A$?