

X Copa Cangur – Categoria Junior - Solucions

Atenció:

- Les respostes a tots els problemes són nombres enters de com a màxim quatre xifres i sense unitats de mesura.
- Si algun problema no té solució, la resposta que heu de lliurar és 0000 (si la solució és 0, també heu de lliurar 0).
- Si en un problema s'utilitza només un tipus d'unitats, se sobreentén que la resposta ha d'estar en aquestes mateixes unitats, o en aquestes unitats quadrades o cúbiques.
- Les figures mostrades no estan necessàriament a escala per les dades que es donen
- Les mesures angulars s'expressen sempre en graus sexagesimals.
- Els zeros a l'inici d'un nombre enter no compten com a xifres del nombre. És a dir, 00672 és un nombre de 3 xifres i no de 5.

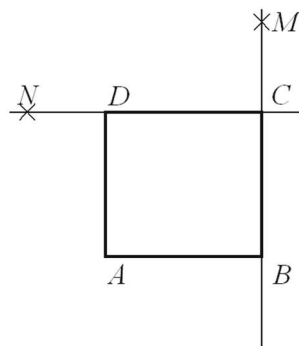
- 1) La matrícula del cotxe d'en Jaume és un nombre de 4 xifres diferents $ABCD$, de manera que A , AB , CD i BCD són quadrats perfectes. Quin és el nombre de la matrícula?

Solució: 1625

- 2) Quants nombres naturals de tres xifres, totes elles senars, tenen la propietat que si es divideix el nombre per 5 el resultat també és un nombre natural de 3 xifres que totes elles són senars?

Solució: 9

- 3) El quadrat $ABCD$ de la figura fa 6 cm de costat. El punt M és un punt de la recta que conté el costat BC (però no pertany al costat) i està situat de manera que $\overline{BM} = 3 \cdot \overline{CM}$. El punt N és un punt de la recta que conté el costat CD (però no pertany al costat) i està situat de manera que $\overline{CN} = 2 \cdot \overline{DN}$. Quina és l'àrea del triangle AMN ?



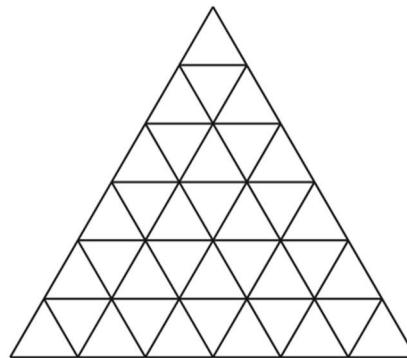
Solució: 45

- 4) Una llebre i una tortuga participen en una cursa al llarg d'una pista circular de 550 m de longitud. Totes dues corren a velocitat constant. La velocitat de la llebre és de 10 m/s i la de la tortuga de 1 m/s. Comencen la cursa al mateix temps i des del mateix punt però en sentit contrari. Quan es troben, la tortuga canvia de sentit, i empaita la llebre. Quants segons passaran des que la llebre arribi a la meta fins que hi arribi la tortuga?

Solució: 45

- 5) Un triangle equilàter de costat 100 cm es divideix en triangles equilàters de costat 1 cm, segons l'esquema de la figura, on es representa el cas d'un triangle de 6 cm de costat.

Imagineu que cada petit triangle representa una habitació i que totes les habitacions tenen portes que comuniquen amb totes les habitacions contigües. Quin és el nombre màxim d'habitacions que podeu visitar si només podeu passar una vegada per cada habitació? (Podeu triar l'habitació de sortida).

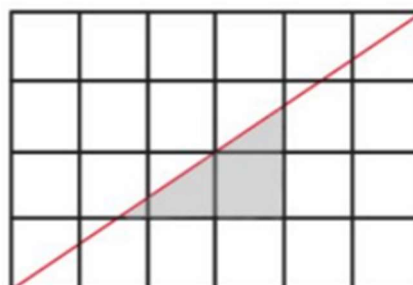


Solució: 9901

- 6) Tenim una baralla de 2024 cartes numerades de l'1 al 2024, que per una cara són blanques i per l'altra són negres. Es disposen sobre una taula de manera que totes les cartes mostren la seva cara blanca. Aleshores girem totes les cartes que tenen un nombre divisible per 1 (és a dir, totes). Tot seguit, girem totes les cartes que tenen un nombre divisible per 2, i així successivament fins a girar totes les cartes que tenen un nombre divisible per 2024. Quantes cartes mostraran la seva cara blanca al final del procés?

Solució: 1980

- 7) Els quadradets que veieu a la figura fan 1 cm de costat. Quina és l'àrea del triangle ombrejat?
La solució és una fracció, expresseu-la com a fracció irreductible i doneu com a resposta la suma del numerador i el denominador.



Solució: 37

- 8) En un teatre petit hi caben, com a molt, 100 persones. El preu de l'entrada per a una persona adulta val 20 € i la d'un adolescent 10 €. Avui no és ple i s'han recaptat 1200 €. Quin és el nombre mínim d'adults que hi pot haver entre el públic assistent?

Solució: 21

- 9) Un viatger va passar 30 dies en una illa. Els primers 10 dies va nevar, els 10 dies següents va ploure, i els últims 10 dies va fer sol. Quants d'aquests dies el temps va ser el mateix que els dos dies anteriors i el mateix que els tres dies següents?

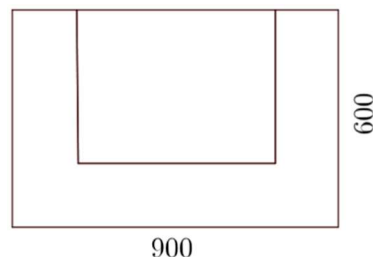
Solució: 15

- 10) La quarta part del conjunt d'alumnes d'una classe han tret una mitjana de 36 punts en una prova que es puntua de 0 a 100 punts. En el conjunt format per la resta de la classe, que ho han fet molt més bé, una tercera part tenen una mitjana de 56 punts i les altres dues terceres parts tenen una mitjana de 72 punts. Quina és la mitjana de la classe?

Si el resultat no és un nombre enter, doneu com a resposta el nombre enter que més s'hi approximi.

Solució: 59

- 11) L'Alba i en Blai s'han de repartir un terreny de forma rectangular de 900 m × 600 m en dues parts de la mateixa àrea. Per raons diverses el volen dividir d'acord amb l'esquema de la figura següent:



L'Alba es vol quedar un terreny rectangular i en Blai un terreny en forma de U compost per tres bandes totes de la mateixa amplada tal com es mostra a la figura. Quina amplada han de fer aquestes bandes perquè realment les dues àrees siguin iguals?

Solució: 150

- 12) L'expressió $n!$ Indica el factorial del nombre natural n , que es defineix com

$$n! = n \cdot (n - 1) \cdot (n - 2) \cdot \dots \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1.$$

Per exemple, $5! = 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$. Quin és el valor de m que compleix $\frac{(m+4)!}{m!} = 1680$?

Solució: 4