

## X Copa Cangur – Final Categoria Junior - Solucions

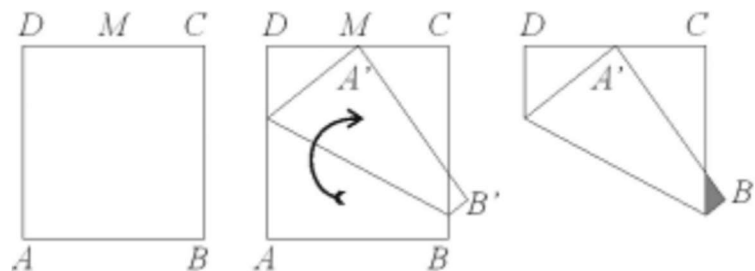
Atenció:

- Les respostes a tots els problemes són nombres enters de com a màxim quatre xifres i sense unitats de mesura.
- Si algun problema no té solució, la resposta que heu de lliurar és 0000 (si la solució és 0, també heu de lliurar 0).
- Si en un problema s'utilitza només un tipus d'unitats, se sobreentén que la resposta ha d'estar en aquestes mateixes unitats, o en aquestes unitats quadrades o cúbiques.
- Les figures mostrades no estan necessàriament a escala per les dades que es donen
- Les mesures angulars s'expressen sempre en graus sexagesimals.
- Els zeros a l'inici d'un nombre enter no compten com a xifres del nombre. És a dir, 00672 és un nombre de 3 xifres i no de 5.

1) Si  $x^2 + x - 1 = 0$ , quant val  $x^3 + 2x^2 + 230$  ?

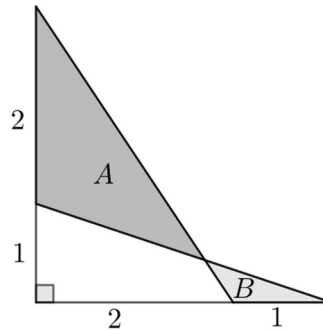
**Solució: 231**

- 2) El quadrat  $ABCD$  de la figura fa 40 cm de costat. Dobleguem el quadrat col·locant el vèrtex  $A$  del quadrat sobre el punt mig  $M$  del costat oposat, tal i com es veu a la figura. Quant mesura l'àrea de la regió ombrejada? Si la solució és una fracció, simplifiqueu-la i com a resposta poseu el numerador i el denominador consecutivament, és a dir que si per exemple la solució és  $\frac{81}{7}$  la vostra resposta ha de ser 817.



**Solució: 50/3->503**

- 3) Quin és el resultat de dividir l'àrea del triangle  $A$  entre l'àrea del triangle  $B$ ?



**Solució: 8**

- 4) S'ha fet dues divisions seguint un algorisme ben conegut. A l'esquerra en teniu un exemple complet (quan hagueu entès com funciona l'algorisme, proveu a fer aquesta divisió), i a la dreta s'han amagat totes les xifres (siguin o no diferents) canviant-les per una X, excepte la tercera xifra del quocient que sabem que és un 8. Quin és el quocient de la divisió? Doneu com a resposta la suma de les xifres d'aquest quocient.

$$\begin{array}{r}
 15133883 \quad | \quad 213 \\
 -1491 \\
 \hline
 223 \\
 -213 \\
 \hline
 1088 \\
 -1065 \\
 \hline
 233 \\
 -213 \\
 \hline
 20
 \end{array}$$

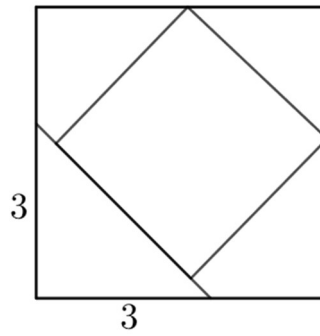
$$\begin{array}{r}
 \text{XXXXXXXXX} \quad | \quad \text{XXX} \\
 - \text{XXX} \\
 \hline
 \text{XXXX} \\
 - \text{XXX} \\
 \hline
 \text{XXXX} \\
 - \text{XXXX} \\
 \hline
 0
 \end{array}$$

**Solució: 80809-> 25**

- 5) El nombre  $\varphi$ , anomenat el nombre d'or, compleix  $\varphi^2 = \varphi + 1$ . Comproveu que  $\varphi^5$  es pot escriure com  $a \cdot \varphi + b$  per dos nombres enters positius d'una xifra  $a$  i  $b$ . Doneu com a resposta al problema el nombre de dues xifres  $ab$ .

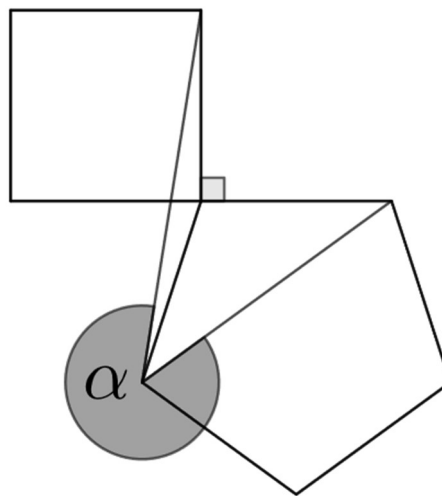
**Solució: 53**

- 6) En un quadrat de costat 5 s'ha traçat un segment paral·lel a la diagonal amb les mesures que s'indiquen. Amb la base en aquest segment s'ha construït un altre quadrat de manera que dos dels vèrtexs se situen sobre el primer quadrat, tal i com es veu a la figura. Quina és l'àrea d'aquest quadrat interior? Si la solució és una fracció, simplifiqueu-la i com a resposta poseu el numerador i el denominador consecutivament, és a dir que si per exemple la solució és  $\frac{81}{7}$  la vostra resposta ha de ser 817.



**Solució: 98/9 -> 989**

- 7) A la figura hi podeu veure un quadrat i un pentàgon regular. La longitud del costat del quadrat i la del pentàgon són iguals. S'han traçat dos segments unint dos parells de vèrtexs. Quant mesura l'angle  $\alpha$ ?



**Solució: 315**

- 8) En una casa hi viuen quatre persones. Un carter porta tres cartes a la casa, i cadascuna de les cartes pot anar destinada a qualsevol de les quatre persones amb la mateixa probabilitat. Quina és la probabilitat (en percentatge) que cap persona de la casa rebi més d'una carta? Si la solució és decimal, doneu-ne totes les xifres sense la coma decimal, i si s'escau, arrodoniu el resultat a les quatre primeres xifres significatives (sense zeros a la dreta). Per exemple, si la solució és 27,1 doneu com a resposta 271, i si la solució és 10,2765 doneu com a resposta 1028.

**Solució: 37,5 -> 375**

- 9)  $a, b$  i  $c$  són tres nombres enters i positius que compleixen  $a \cdot b + c = 2023$  i  $a + b \cdot c = 2024$ , quant val  $a + b + c$ ?

**Solució: a=674, b=2, c=675 -> 1351**

- 10) En una sala hi ha 100 persones totes nascudes en dies diferents. Algunes d'aquestes persones diuen sempre la veritat i altres menteixen sempre. Cadascun dels 100 diu una d'aquestes dues frases "Hi ha com a mínim

5 persones que van néixer abans que jo" o bé "Hi ha com a mínim 5 persones que van néixer més tard que jo". Quin és el nombre més petit de persones que podem assegurar que diuen la veritat?

**Solució: 90**

11) Diem que un nombre de 6 xifres és "meitat i meitat" si la suma de tres xifres és igual que la suma de les altres tres xifres. Quin és el màxim nombre d'enters consecutius que poden ser "meitat i meitat"?

**Solució: 2**

12) A 50 persones se'ls pregunta si els agraden les pizzes vegetals o les de pollastre. Veient les respostes, sabem que a 37 els agraden les pizzes vegetals, a 25 els agraden les dues i a 3 no els n'agrada cap. Escollim a l'atzar una d'aquestes persones i veiem que li agraden les pizzes de pollastre. Quina és la probabilitat que a aquesta persona no li agradin les pizzes vegetals? Expresses aquesta probabilitat en forma de fracció irreductible i com a resposta poseu el numerador i el denominador consecutivament, és a dir que si per exemple la solució és  $\frac{81}{7}$  la vostra resposta ha de ser 817.

**Solució: 2/7 -> 27**

13) Dos corredors  $A$  i  $B$  corren fent voltes en una pista d'atletisme. Els dos corren a velocitat constant, però  $A$  va més ràpid que  $B$ .  $A$  triga exactament 3 minuts a fer una volta. Si els dos corredors surten al mateix temps i del mateix lloc,  $A$  triga 8 minuts a atrapar a  $B$  per primer cop. Quants segons triga  $B$  a completar cada volta?

**Solució: 288**

14) Quin és el valor de  $x$  en la següent equació?

$$x + \frac{x}{1+2} + \frac{x}{1+2+3} + \dots + \frac{x}{1+2+\dots+4041} = 4041$$

**Solució: 2021**