

## VI Copa Cangur - Fase final catalana - Final

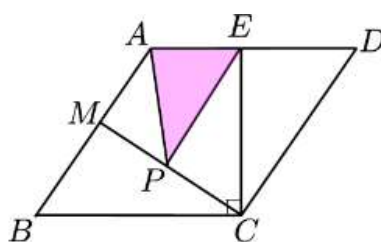
Atenció:

- Les respostes a tots els problemes són nombres enters, sense unitats de mesura
- Si algun problema no té solució, la resposta que heu de lliurar és 0000
- Si en un problema s'utilitza només un tipus d'unitats, la resposta se sobreentén que ha d'estar en aquestes mateixes unitats
- Les figures mostrades no estan necessàriament a escala per les dades que es donen

1. Les lletres  $a, b, c, d, e, f$  de la figura es substitueixen pels nombres 2, 4, 5, 6, 8, 9 (en un cert ordre), de manera que la suma dels elements de cada fila i els de cada columna sempre dona el mateix resultat. Quin és aquest resultat?

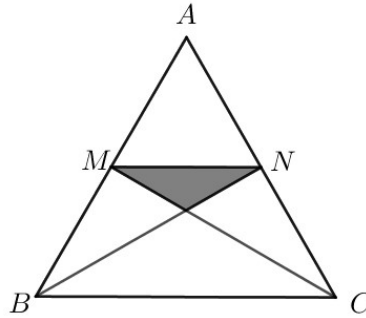
7	$a$	$b$	1
$c$			$d$
3	$e$	$f$	10

2. El resultat de multiplicar els nombres 2, 3, 4, 5, 7, 9, 11, i  $A$  és 1413 $B$ 20. Trobeu el valor de la suma  $A + B$ .
3. En una festa hi ha 15 noies i alguns nois. Cada noia regala un caramel a cada noi que coneix, el qual se'l menja al moment. Després, cada noi regala un caramel a cada una de les noies que no coneix. En total es van regalar 240 caramels. Tenint en compte que la relació de coneixença és recíproca, és a dir, que si una noia coneix un noi, aquest noi coneix la noia i viceversa, quants nois hi havia a la festa?
4. L'àrea del paral·lelogram  $ABCD$  de la figura és de  $5120 \text{ cm}^2$  i cada costat mesura 80 cm (és a dir, és un rombe).  $M$  és el punt mitjà de  $AB$ ,  $P$  és el punt mitjà de  $MC$  i  $E$  és el punt on la perpendicular a  $BC$  per  $C$  talla  $AD$ . Quants  $\text{cm}^2$  mesura l'àrea ombrejada?

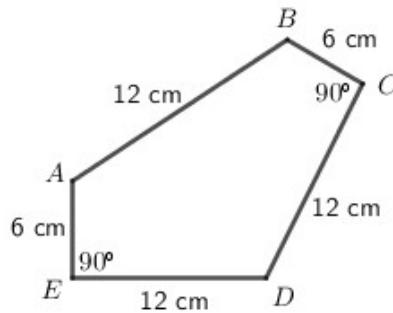


5. Quin és el nombre natural capicua i de quatre xifres amb el qual obtenim un quadrat perfecte quan el multipliquem per 17?
6. Per a cada nombre enter  $m$  més gran que 1 representem per  $P(m)$  el factor primer més gran de  $m$ . Per exemple,  $P(35)=7$  i  $P(289)=17$ . Quin és el nombre que compleix que  $P(n) = \sqrt{n}$  i  $P(n + 48) = \sqrt{n + 48}$ ?

7. L'àrea del triangle equilàter  $ABC$  de la figura mesura  $276 \text{ cm}^2$ .  $M$  i  $N$  són els punts mitjans dels costats  $AB$  i  $AC$  respectivament. Trobeu l'àrea, en  $\text{cm}^2$ , del triangle ombrejat.



8. Damunt d'una taula hi ha dues espelmes cilíndriques de la mateixa base, però una és més alta que l'altra. La més alta es consumiria totalment en 6 hores i la més baixa, en només 4. Les encenem al mateix temps i al cap d'un temps les apaguem alhora. Si al moment d'apagar-les una és 13 vegades més alta que l'altra, durant quants minuts han estat enceses les dues espelmes? (Considereu que les dues espelmes es consumeixen verticalment al mateix ritme)
9. Tenim 2 capses amb 3 telèfons mòbils cadascuna. Agafem un dels telèfons, que està valorat en 250 €, i el canviem de capsa. Ara el preu mitjà dels telèfons que hi ha a cada capsa ha augmentat en 10 €. Quin és el valor total en euros dels 6 telèfons?
10. En el pentàgon  $ABCDE$  de la figura els costats  $AB$ ,  $CD$  i  $DE$  mesuren 12 cm i els costats  $AE$  i  $BC$  mesuren 6 cm. Hi ha dos angles rectes que són  $BCD$  i  $AED$ , com s'indica al dibuix, el qual no està fet a escala. Quant mesura l'àrea del pentàgon?



11. Si  $2^n$  és la major potència de 2 que divideix exactament el nombre  $1231^2 - 1$ , quant val  $n$ ?
12. Tenim dos hexàgons regulars, un d'inscrit (el fosc) i un de circumscrit a la mateixa circumferència. Si l'àrea de l'hexàgon inscrit és de  $123 \text{ cm}^2$ , quina és l'àrea, en  $\text{cm}^2$ , de l'hexàgon circumscrit?

