

# EuroCup 2018

## Questions

### Quiz 1

Set viatgeres van a Roma, cadascuna porta set mules, cada mula porta set bosses i en cada bossa hi ha set pans. Si fem el compte conjunt de tots els elements del problema (viatgeres, mules, bosses i pans) quants en trobarem en total?

### Quiz 2

Tots els divisors naturals del nombre  $n$  (incloent 1 i  $n$ ) es llisten en ordre creixent. El producte del tercer i del setè nombre d'aquesta llista val  $n$ . Quants divisors té  $n$ ?

### Quiz 3

La fracció  $\frac{1647}{8235}$  es pot simplificar per obtenir  $\frac{1}{5}$ . Començant amb aquesta fracció  $\frac{1647}{8235}$  s'elimina un dígit del denominador i un altre del numerador de manera que la fracció resultant  $\frac{A}{B}$  és equivalent a la fracció inicial. Tot seguit, a l'última fracció obtinguda s'elimina un dígit del numerador i un altre del denominador, i així s'obté una nova fracció  $\frac{C}{D}$  que és equivalent a  $\frac{A}{B}$ . Quin és el resultat de la resta  $D - C$ ?

### Quiz 4

Quants nombres enters positius divideixen el nombre factorial  $10!$  (recordeu que el factorial de 10, és a dir  $10!$  és el producte dels nombres enters de l'1 al 10)?

### Quiz 5

Es dibuixen tres rectes, cadascuna d'elles paral·lela a un dels costats d'un triangle  $ABC$  de manera que s'intersequen en un mateix punt a l'interior del triangle. Els tres triangles que es formen a l'interior del primer tenen àrees 1, 4 i  $9 \text{ cm}^2$ . Quina és l'àrea en  $\text{cm}^2$  del triangle  $ABC$ ?

### Quiz 6

Enganxem 990 cubs d' $1 \text{ cm}^2$  per formar un paral·lelepípede rectangular d'arestes 9, 10 i 11 cm. Tot seguit pintem l'exterior d'aquest sòlid. Quants dels 990 cubs inicials queden pintats només per una cara?

### Quiz 7

Quants nombres  $n$  de tres dígit, més petits o iguals que 200, tenen la propietat que  $(n + 1) \cdot (n + 2) \cdot (n + 3)$  és divisible per 7?

### Quiz 8

A principi de curs 24 alumnes es van apuntar al club excursionista. El nombre de nois i noies estava en proporció 1:5. Durant el curs, només es van apuntar al club dues noves noies, però van ser tants els nois que s'hi van apuntar que ara la proporció de nois i noies és 5:1. Quants nois es van apuntar al club durant el curs?

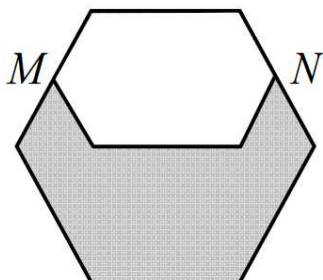
### Quiz 9

Cadascun dels 100 homes presents en una habitació són honestos (que sempre diuen la veritat) o bé mentiders (que sempre menteixen). Cap d'ells és igual d'alt que cap altre. Cadascun d'ells ha dit una d'aquestes dues frases: "Almenys 5 mentiders són més

baixets que jo” o bé “Almenys 5 mentiders són més alts que jo”. Quin és el mínim nombre d’homes honestos que hi pot haver a l’habitació?

### Quiz 10

A la figura,  $M$  i  $N$  són els punts mitjans dels costats de l’hexàgon regular que té una àrea de  $180 \text{ cm}^2$ . L’hexàgon (irregular) interior de color blanc té el seus costats oposats paral·lels i de la mateixa longitud. Quina és l’àrea en  $\text{cm}^2$  de la regió ombrejada?



### Quiz 11

Mil dones seuen al voltant d’una taula rodona. Cadascuna d’elles és honesta (que sempre diu la veritat) o mentidera (que sempre menteix). Totes elles diuen: “Estic asseguda al costat d’una persona mentidera i d’una d’honesta”. Quantes mentideres hi ha a la taula?

### Quiz 12

El triangle  $ABG$  és rectangle en  $B$ . Els punts  $C$  i  $E$  són al costat  $AG$  i els punts  $D$  i  $F$  al costat  $BG$ , de manera que els sis segments  $AB$ ,  $BC$ ,  $CD$ ,  $DE$ ,  $EF$  i  $FG$  són igual de llargs. Quina és la mesura de l’angle  $\widehat{AGB}$  en graus?

### Quiz 13

Un equip treballa a un ritme constant prou alt com per processar 1250 productes en deu hores. Després de treballar sis hores, se li encarreguen 165 productes extra. En quin percentatge ha d’augmentar el ritme de producció per tal d’acabar tota la feina en les mateixes deu hores que havien previst inicialment?

### Quiz 14

Hi ha 30 portes en un edifici i el bidell n’ha barrejat les 30 claus (totes diferents). En el pitjor dels casos, quantes proves haurà de fer per tal de saber a quina porta correspon cada clau?

### Quiz 15

El riu Recte té una amplada d’un quilòmetre i mig i el seu corrent va a  $8 \text{ km/h}$ . Una embarcació que en aigües tranquil·les sense corrent navega a  $10 \text{ km/h}$  vol creuar aquest riu. Quants minuts trigarà per anar en línia recta des d’un punt de la vora al punt més proper de l’altra?