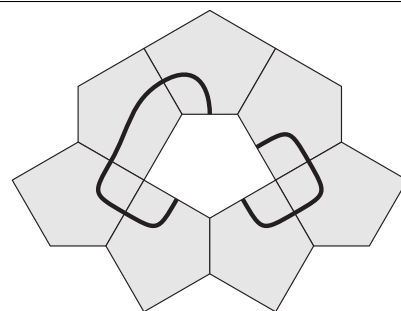
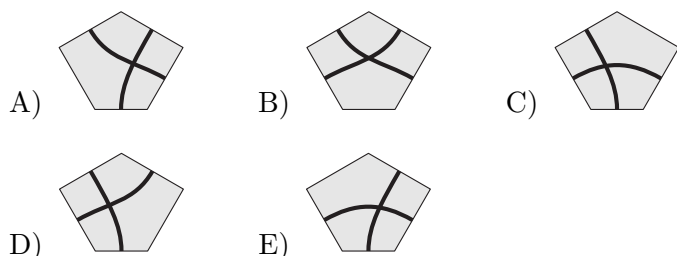


Qüestions de 3 punts

1. La figura de la dreta està feta amb pentàgons irregulars iguals. Quina de les peces següents, quan la posem en el pentàgon central que falta, dona lloc a un únic camí amb un encreuament a la rajola posada?

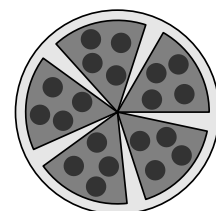


2. Quin d'aquests nombres enters és dues unitats més petit que un múltiple de 10, dues unitats més gran que un quadrat perfecte i el doble d'un nombre primer?

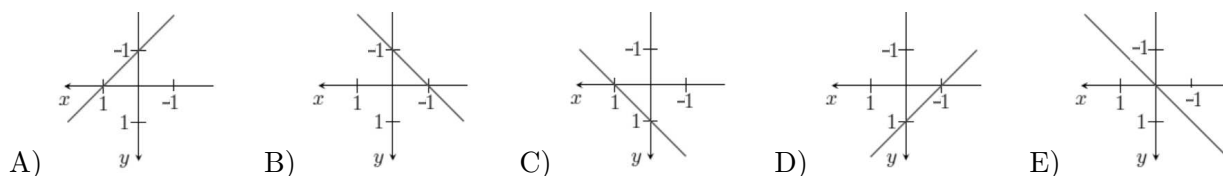
A) 78 B) 58 C) 38 D) 18 E) 6

3. La Nora talla una pizza en sis trossos iguals. Després de menjar-ne un tros reorganitza els altres trossos de manera que els espais entre ells siguin iguals. Quin és l'angle de l'espai entre dos trossos consecutius?

A) 8° B) 5° C) 10°
D) 9° E) 12°



4. En lloc de dibuixar els eixos de coordenades de la manera habitual, en Joan els dibuixa amb la graduació de l'eix de les abscisses creixent de dreta a esquerra i la de l'eix de les ordenades creixent de dalt a baix. Quin és el gràfic de la recta $y = x + 1$ representat en el sistema de coordenades d'en Joan?



5. La Carlota ha manipulat un dau. La probabilitat que surti el 2, el 3, el 4 o el 5 continua sent $1/6$ per a cadascun d'ells, però la probabilitat que surti el 6 és el doble de la que surti l'1. Quina és la probabilitat que surti el 6 quan llencem aquest dau manipulat?

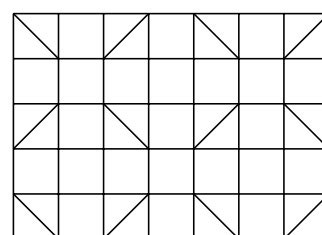
A) $\frac{5}{18}$ B) $\frac{2}{9}$ C) $\frac{7}{36}$ D) $\frac{1}{6}$ E) $\frac{1}{4}$

6. Quina de les expressions següents té el mateix valor que $16^{15} + 16^{15} + 16^{15} + 16^{15}$?

A) 16^{19} B) 4^{31} C) 4^{60} D) 16^{60} E) 4^{122}

7. La Berta vol acolorir els quadrats i els triangles de la figura de manera que, en cap cas, dues figures veïnes, encara que només comparteixin un vèrtex, tinguin el mateix color. Quin és el nombre més petit de colors que necessita?

A) 3 B) 4 C) 5
D) 6 E) 7



8. Hi ha 6 gots en una taula i tots estan cap amunt. Un moviment consisteix a donar la volta a 4 gots diferents. Quin és el nombre mínim de moviments necessaris per a tenir-los tots cap avall?

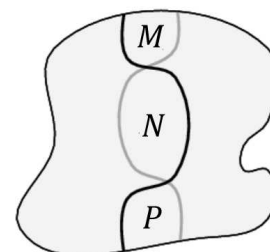
- A) 6 B) 5 C) 4 D) 3 E) 2

9. El Blai comença amb el nombre 1 i el multiplica per 6 o per 10. Després multiplica el resultat per 6 o per 10 i continua el procediment diverses vegades. Quin dels nombres següents no pot haver obtingut?

- A) $2^{100}3^{20}5^{80}$ B) $2^{90}3^{20}5^{80}$ C) $2^{90}3^{20}5^{70}$ D) $2^{110}3^{80}5^{30}$ E) $2^{50}5^{50}$

10. Dibuixem una línia negra i una de grisa en una figura. Cadascuna d'elles divideix la figura en dues regions de la mateixa àrea. Quina de les relacions següents, respecte de les àrees M , N i P , segur que és certa?

- A) $N = \frac{1}{2}(M + P)$ B) $N = M + P$ C) $M = P$
 D) $N = \frac{2}{3}(M + P)$ E) $N = \frac{3}{5}(M + P)$

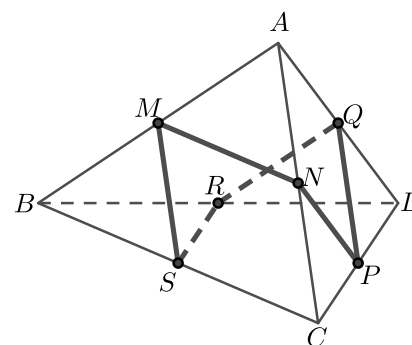


Qüestions de 4 punts

11. Un nombre enter positiu n compleix una i només una de les propietats donades en les opcions de resposta. Quina és la propietat que compleix?

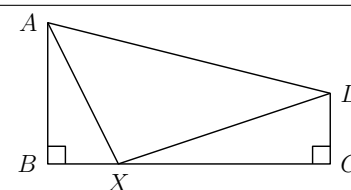
- A) n és divisible per 3.
 B) n és divisible per 6.
 C) n és primer.
 D) n és senar.
 E) $n = 2$

12. En la piràmide triangular $ABCD$ les longituds de les arestes són $|AD| = 5$, $|AC| = 6$, $|AB| = 7$, $|CD| = 8$, $|BD| = 9$ i $|BC| = 10$. Els punts M , N , P , Q , R i S són els punts mitjans de les arestes tal com s'indica en la figura. Quina és la longitud de la línia poligonal tancada $MNPQRSM$?



- A) 19 B) 20 C) 21
 D) 22 E) 23

13. Un quadrilàter $ABCD$ té angles rectes als vèrtexs B i C . Es coneixen les longituds de tres dels seus costats que són $|AB| = 4$, $|BC| = 8$ i $|CD| = 2$. Si X és un punt del costat BC , quin és el valor mínim que pot tenir $|AX| + |DX|$?

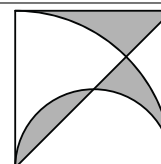


- A) 13 B) 12 C) $9\sqrt{2}$
 D) 10 E) Cap dels anteriors

14. L'Anna té cubs blancs i negres de la mateixa mida. Vol construir un cub més gran utilitzant-ne 27 ($3 \times 3 \times 3$) de manera que la meitat de la superfície d'aquest cub sigui negra i l'altra meitat blanca. Quin és el nombre més petit de cubs negres que ha d'utilitzar per a aconseguir-ho?

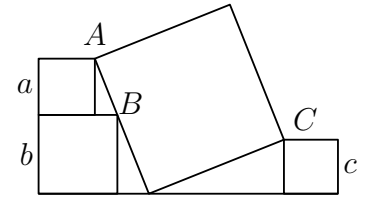
- A) 14 B) 13 C) 12 D) 11 E) Cap dels anteriors

15. En un quadrat de costat 6 cm, s'hi ha dibuixat una diagonal, un semicercle i un quart de cercle, com es veu en la figura. Quina és l'àrea total de les tres zones grises, expressada en cm^2 ?



- A) 9 B) 3π C) $6\pi - 9$ D) $10\pi/3$ E) 12

16. La figura de la dreta mostra quatre quadrats. Els tres més petits tenen costats de longituds a , b i c . Els vèrtexs A i C de dos dels quadrats més petits coincideixen amb dos dels vèrtexs oposats del quadrat gran. El vèrtex B del tercer quadrat petit està en un dels costats del quadrat gran. Quina de les expressions següents indica la longitud del costat del quadrat gran?



- A) $\frac{1}{2}(a + b + c)$
 B) $\sqrt{(a + b)^2 + c^2}$
 C) $\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$
 D) $\sqrt{(b - a)^2 + c^2}$
 E) $\sqrt{a^2 + ab + b^2 + c^2}$

17. Tenim dos nombres positius p i q que compleixen $p < q$. Quina d'aquestes fraccions representa un nombre més gran?

- A) $\frac{p + 3q}{4}$ B) $\frac{p + 2q}{3}$ C) $\frac{p + q}{2}$ D) $\frac{2p + q}{3}$ E) $\frac{3p + q}{4}$

18. Quants nombres de tres xifres contenen com a mínim un dels tres dígit següents: 1, 2 o 3?

- A) 27 B) 147 C) 441 D) 557 E) 606

19. Un cert nombre de quatre xifres es representa com a $N = \overline{pqrs}$. Si escrivim una coma decimal entre la q i la r , el nombre obtingut $\overline{pq,rs}$ resulta que és la mitjana entre els nombres de dues xifres pq i rs . Quant val la suma dels dígit de N ?

- A) 14 B) 18 C) 21 D) 25 E) 27

20. Dues espelmes de la mateixa longitud comencen a cremar alhora. Una de les espelmes es cremarà en 4 hores, l'altra, en 5 hores, cadascuna a un ritme constant. Quantes hores hauran d'estar cremant perquè una (la que dura més) tingui el triple de longitud que l'altra?

- A) $\frac{40}{11}$ B) $\frac{45}{12}$ C) $\frac{63}{20}$ D) 3 E) $\frac{47}{14}$

Qüestions de 5 punts

21. Tenim 6 targetes amb un nombre escrit a cadascuna de les seves cares. Els parells de nombres a les targetes són (5, 12), (3, 11), (0, 16), (7, 8), (4, 14) i (9, 10). Si col·loquem una carta diferent (mostrant la cara que vulguem) a cada espai blanc de la figura, quin és el nombre més petit que podem obtenir com a resultat?

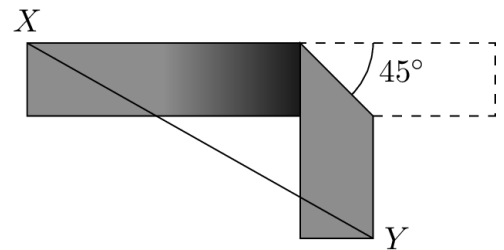
$$\square + \square + \square - \square - \square - \square = ?$$

- A) -23 B) -24 C) -25 D) -26 E) -27

22. El Guillem resol l'equació $ax^2 + bx + c = 0$, i la Iolanda resol l'equació $bx^2 + ax + c = 0$, en què a , b i c són nombres enters diferents i cap d'ells és zero. Resulta que les equacions tenen una solució en comú. Quina de les afirmacions següents és certa sempre, independentment dels valors de a , b i c ?

- A) La solució en comú ha de ser 0.
 B) L'equació quadràtica $ax^2 + bx + c = 0$ té exactament una solució real.
 C) $a > 0$
 D) $b < 0$
 E) $a + b + c = 0$

23. Tinc una tira de paper de 12 cm de longitud i 2 cm d'amplada. Faig un plec i la doblego de manera que els dos trossos de la tira formin un angle recte, tal com es veu en la figura. En centímetres, quina és la longitud més petita que pot tenir el segment XY de la figura?



- A) $6\sqrt{2}$ B) $7\sqrt{2}$ C) 10 D) 8 E) $6 + \sqrt{2}$
24. L'Agnès té uns quants daus de 12 cares numerades de l'1 al 12. En tirar tots els daus alhora, la probabilitat que només surti un 12 és igual a la probabilitat que no en surti cap. Quants daus té l'Agnès?

- A) 8 B) 9 C) 10 D) 11 E) 12

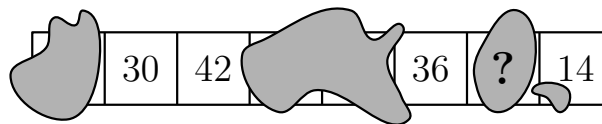
25. Un polinomi p compleix la relació $p(x+1) = x^2 - x + 2 \cdot p(6)$ per a qualsevol valor real de x . Quina és la suma dels coeficients de p ?

- A) -40 B) -6 C) 12 D) 40 E) Cap de les anteriors

26. Si $2^x = 3$, $2^y = 7$ i $6^z = 7$, quina de les igualtats següents és certa?

- A) $z = \frac{y}{x} - 1$ B) $z = \frac{x}{y} + 1$ C) $z = \frac{y}{1+x}$ D) $z = \frac{x}{y-1}$ E) $z = y - \frac{1}{x}$

27. En una tira de paper hi ha dibuixats 8 quadrats. Inicialment cada quadrat conté el número 0. Es fan diversos moviments amb les condicions següents: a cada moviment elegim 4 quadrats consecutius i afegim una unitat a cadascun dels quadrats elegits. La figura següent mostra el resultat després de diversos moviments, però, malauradament, s'han esborrat els nombres en alguns quadrats. Quin nombre hi ha d'haver dins del quadrat amb l'interrogant?



- A) 48 B) 36 C) 30 D) 24 E) Cap dels anteriors
28. Una funció $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ satisfà la condició següent per a qualsevol nombre real x :

$$f(20 - x) = f(22 + x).$$

Se sap que l'equació $f(x) = 0$ té exactament dues solucions. Quina és la suma d'aquestes solucions?

- A) -1 B) 20 C) 21 D) 22 E) Cap de les anteriors
29. Sobre una circumferència s'han marcat 12 punts que la divideixen en 12 arcs iguals. Quants triangles amb algun angle de 45° es poden formar escollint tres d'aquests punts?

- A) 48 B) 60 C) 72 D) 84 E) 96

30. Un nombre de 4 dígits \overline{abcd} satisfà l'equació $\overline{abcd} = a^a + b^b + c^c + d^d$. Quin és el valor de a ?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6