

Tres problemes que no poden ser, en l'hotel que mai serà

Quan creue les portes de vidre del Gran Hotel Hilbert, les cames em tremolen d'excitació i nerviosisme. Mire un moment al meu voltant, apreciament d'una ullada els ornamentats sostres molts metres per damunt de mi, els quadres d'estil renaixentista cobrint les parets, el marbre blanc amb vetes daurades en el terra; i em pregunte, no per primera volta, què estic fent jo en un lloc com aquest. Em dirigisc amb pas indecís al mostrador més pròxim, on una dona, enfundada en l'uniforme negre amb el logotip de l'Hotel que jo prompte estaré vestint, dona instruccions a una parella jove, que marxa abans que jo arribe al mostrador. La recepcionista em mira, compon un somriure amable, i diu:

—Bon dia, puc ajudar-lo?

Jo m'aprobe i conteste:

—Sí. Sí. Vinc perquè m'han... Bon dia. M'han contractat, de botons. En el missatge deia que estiguera ací el diumenge a les dotze... I ací estic. —Li mostre la pantalla del mòbil, amb l'anunci de l'Hotel on buscaven nous treballadors. Estic morint de vergonya, note les mans suoroses i sé que tinc roja la cara. Quina primera impressió.

—Oh, clar —em diu, amb expressió de llàstima, i assenyalant una porta a l'esquerra, amb una placa daurada que diu «Només empleats»—. Ves per allí, la primera a la dreta. Estaran esperant-te.

Camine fins a la porta i espente per obrir-la, però no s'obre. Estire cap a fora, sentint-me encara més estúpid, i passe ràpidament. Respire amb força, el cor palpitant massa ràpid. Estic en un passadís llarg, amb portes a cada costat. La primera a la dreta està mig oberta, i a dins hi ha un home jove, no molt més major que jo mateix, que està parlant per telèfon. En veure'm, acaba la conversació i em dirigeix una mirada que pareix analitzar-me. Somriu mostrant les dents, i em saluda.

—Tu deus ser el nou. Jo em dic David, sí? —Jo moc el cap afirmativament, dubtant, i ell esclata a riure— Vinga, home, no estigues nerviós! Hui t'acompanyaré per ensenyar-te com funcionen els trasllats i com has de fer la teua feina. Vinga, anem, està a punt de començar.

El seguisc, poc convençut, per unes escales estretes que condueixen directament a la primera planta. Sortim a un passadís ample, ben il·luminat, amb el terra cobert per una catifa roja de motius geomètrics. David mira cap enrere, com per assegurar-se que l'he seguit.

—El Gran Hotel Hilbert —explica, consultant el rellotge que hi ha en una paret— és

l'hotel més gran del món, i ho serà sempre, perquè té infinites habitacions. Això vol dir que sempre hi haurà una habitació per a qui vinga; però, és clar, no podem assignar les últimes habitacions als nous hostes, perquè haurien de pujar un nombre infinit de plantes per arribar-hi. Per tant, el que fem quan arriba algú és moure als que ja estan ací. Si tothom es mou a l'habitació amb el nombre una unitat més gran que la seua, ningú camina massa i l'habitació 1 queda lliure. Veus? És senzill. Infinit més u igual a infinit. El problema...

El soroll d'una campana, reverberant entre les parets i en les meues orelles, talla la seua explicació; una veu metàl·lica anuncia: «Benvolguts hostes: en cinc minuts es requerirà que abandonen les seues habitacions i es desplacen a una de nova amb el nombre setanta-tres unitats més gran que el de la que ara ocupeu; gràcies per la vostra comprensió. Benvolguts hostes: en cinc minuts...». David mira el seu mòbil i em fa un gest perquè vaja amb ell. Ens movem amb rapidesa pels passadissos, i quan la veu deixa de repetir-se, continua parlant.

—Com deia, el problema d'aquest sistema és que no és pràctic haver de moure a tothom cada volta que arriba algú, i per això, al final de cada setmana, tenim un trasllat: tots els que estiguen en l'edifici principal es desplacen tantes habitacions com hagen sigut reservades per a la setmana següent, i els nous inquilins ocupen les habitacions que queden ara lliures. Si sumes qualsevol nombre a l'infinit, acabes amb el mateix infinit amb el qual començaves. És curiós, veritat? —Em mira; jo faig que sí amb el cap, mostrant-me més segur del que estic, i ell es dona per satisfet— Bé. La nostra feina és ajudar en els trasllats, a moure maletes i equipatges i solucionar cap confusió. La campana que hem sentit indica que tothom ha de preparar-se per al trasllat, i en un no res sonarà altra marcant l'inici. Ara ens han cridat de l'habitació 165 per ajudar a... —Dubta i mira el mòbil de nou—: la senyora Abernathy.

Arribem prompte a una porta, idèntica a la resta excepte en els tres nombres de metall, un 1, un 6 i un 5, grossos i daurats sobre la fusta envernissada. David toca la porta, tres cops secs, i una veu apagada respon des de l'interior:

—Sí? Qui és?

—Servei d'assistència; ens ha cridat? —respon ell, amb una veu que inspira una confiança envejable.

—Sí, sí, ja vaig, un moment —contesta des de dins la mateixa veu cascada.

David es gira cap a mi i em mira directament als ulls.

—T'encarregaràs tu d'ajudar-la. —Nota la meua expressió de sorpresa i pànic, i em dirigeix un somriure tranquil·litzador que no té cap efecte en el meu cor agitat— No et preocupes. Ja

ho veuràs, no és gens difícil. Saludes, preguntes què necessita i ajudes on pugues. No serà més que portar una o dues maletes fins a la nova habitació.

La porta s'obre al mateix temps que la campana sona de nou, i de les habitacions comença a eixir gent, famílies, tots carregant maletes i motxilles. Els ignore i centre la meua atenció en l'anciana que hi ha enfront de mi.

—Eh... bon dia. Senyora Abernathy? Soc del... del servei d'assistència —quequege, vacil·lant—. Necessita ajuda traslladant el seu equipatge, o...?

—Ah, sí. —Mou el cap, amb decisió; es gira i em fa un gest perquè la segueisca a l'interior de l'habitació— Vine, vine. Necessite que m'ajudes a portar els meus llibres, que jo ja estic vella per carregar tant de pes.

En el mig de la saleta de l'habitació, que pareix còmoda i elegant, hi ha una bossa tancada, amb el que supose que serà la roba de la senyora Abernathy, i una maleta buida gran, quasi de la meua altura, tombada en terra i oberta. En un escriptori, arraconat contra la paret, descansen uns sis o set llibres, grossos com mai havia vist, i fins a ells s'apropa l'anciana.

—Açò —anuncia amb expressió d'orgull— és el treball de la meua vida, i espere que siga tractat amb la precaució que mereix. Els necessite dins de la maleta, i ben ordenats.

Jo arribe fins al primer dels llibres i l'alce, soltant un esbufec per l'esforç de sostenir les dues tones que pareix pesar. Recórrec lentament, maleint la vella senyora a cada pas, els dos metres que em separen de la maleta, i deixe caure, amb tota la cura que soc capaç de reunir, el volumi-nós llibre sobre el fons de vellut de la maleta. Mentre jo recolze les mans sobre els genolls i pantaixe intentant recobrar l'alè, la senyora Abernathy continua parlant.

—Es tracta ni més ni menys que d'un diccionari —diu, observant amb ull crític els meus esforços—, però no és cap diccionari. És el millor i l'últim dels diccionaris que mai s'escriuran, perquè, quan estiga acabat, no caldrà escriure'n cap de nou. Aquest conté, o contindrà, totes i cada una de les infinites combinacions possibles de lletres, començant amb la paraula *a* i acabant amb una paraula formada per un nombre infinit de *z*. És meravellós, oi que sí? Estic encara escrivint les paraules formades només per *a*, i la majoria no tenen cap definició encara, però l'última paraula que he afegit té ja tres milions cent quaranta-sis mil nou-centes quinze *a*. A més, quan acabe el volum amb totes les paraules que comencen per *a*, hauré escrit també totes les paraules del diccionari, no és meravellós?

Potser ha pres les meues dificultats per traslladar els llibres per concentració en escoltar-la, perquè no deixa d'explicar-me la seua genial idea, il·luminant-se amb una alegria infantil que

creix a cada instant.

—Bé, veuràs, si escrius totes les possibles combinacions de lletres que comencen amb *a*, i després elimines la primera *a* de cada paraula, obtindràs totes les possibles combinacions de lletres que comencen i que no comencen per *a*, és a dir, totes les possibilitats en general, que és just el que tenies al principi. I si aleshores agafes totes les paraules que comencen ara amb *a*, i elimines la *a*, et quedaràs de nou amb totes les paraules possibles; és a dir, tindràs un conjunt amb infinits elements que es conté a si mateix, infinites voltes! Oi que és meravellós? Oi que ho és?

Guardats els llibres ja dins de la maleta, m'incline per agafar també l'altra bossa, però la senyora Abernathy me la lleva de les mans, amb gest ofès, i camina fins a la porta. Quan arriba, es gira cap a mi, dirigint-me mirades d'impaciència, i jo camine darrere seu, arrossegant la maleta i agraint que tinga rodes. Fora de l'habitació, el passadís està buit i en calma, excepte per una parella amb un xiquet, que esperen al costat de la porta i entren quan nosaltres ens allunyem. David, en veure'm, em fa un gest d'ànim amb la mà, i ens acompanya fins a l'habitació 238, que, afortunadament, està en la mateixa planta. Allí, trec els llibres de la maleta i els deixo en una taula idèntica a la de l'habitació 165, abans de tancar la porta i deixar a la senyora Abernathy amb el seu diccionari infinit.

—Ho veus, home? —em diu David, somrient—. No és tan difícil.

Jo m'abstinc de respondre, qüestionant-me de nou què estic fent aquí. Sona un xiulet, i David mira el seu mòbil. Arrufa les celles a mesura que llig els missatges.

—Anem —diu, i es posa a caminar de pressa pel passadís, sense esperar que el seguisca. Quan arribe fins on està, m'explica—: hi ha un conflicte amb un hoste, i ens necessiten allí immediatament..

L'habitació és la 017, i quan arribem trobem una dotzena de botons de l'Hotel enfront de la porta, que està tancada. Una dona amb una motxilla als seus peus està recolzada contra la paret, amb gest d'impaciència. En veure'ns, un dels botons es dirigeix a David i li diu:

—Ah, David, bé que has vingut. Tu tens traça per tractar amb clients neguitosos.

—Què està passant aquí? —pregunta ell, apropant-se a la porta.

—L'hoste de la 017 es nega a obrir la porta. Diu que no pot sortir de l'habitació, perquè... Bé, serà millor que t'ho explique ell mateix.

David toca a la porta, tres cops de puny fermes, i diu:

—Senyor, es troba vosté bé? Necessitem que obri la porta i abandone l'habitació, són les

regles de l'Hotel.

—No! —respon una veu des de l'interior—. No puc sortir! Oh, quant voldria jo arribar a la porta i obrir-la, però m'és impossible! —Fa una pausa abans de continuar— Com comprendreu, per recórrer la distància que em separa de la porta, hauria de recórrer primer la meitat d'aquesta distància; però, per arribar-hi fins a la meitat del camí, hauria d'arribar a la meitat de la meitat del camí, i la meitat de la meitat de la meitat. I així, per l'infinit! Cada un d'aquests desplaçaments implica un temps, és a dir, que en total trigaré un temps infinit i mai hi arribaré! El moviment no és possible, i per tant la porta quedarà tancada per sempre i jo moriré ací dins!

David s'allunya de la porta, camina fins al final del passadís i torna, concentrat, supose, en pensar com convèncer a l'hoste de l'habitació 017. Uns minuts més tard, s'atura davant de la porta i torna a parlar.

—D'acord, ara li explicaré el que ha de fer per sortir —diu—. Camine, en primer lloc, la meitat de la distància fins a la porta, en exactament un minut. Té un cronòmetre? —Un assentiment des de dins— Bé. Quan arribe, haurà de caminar la meitat de la distància que li queda, trigant per a això mig minut, ni un segons més ni menys. Entesos? Continuarà amb aquest procediment, recorrent la meitat del camí restant i tardant la meitat del temps cada volta, i així arribarà a la porta en dos minuts; per molts fragments del camí que haja de recórrer, cada un el recorrerà en menys temps que l'anterior, i completarà infinits passos en un temps finit.

Es fa el silenci, tant dins de l'habitació com fora, entre els impressionats botons. Quan han passat exactament dos segons —que he cronometrat amb el meu rellotge—, la porta s'obre i un home vell, amb barba i vestit amb una vaporosa túnica blanca, s'agenolla davant de David i el mira amb expressió extasiada.

—Gràcies, gràcies, senyor, per alliberar-me del meu empresonament —diu, agafant la mà dreta de David entre les seues i besant-la apassionadament—. No oblidaré mai el vostre servei. Teniu la gratitud de Zenó d'Elea, i la tindreu per sempre. —S'allunya pel passadís, mesurant, o això pareix, el temps que triga a recórrer cada tros del camí amb un rellotge de sorra.

La dona que esperava davant de la porta agafa la seua bossa i entre a l'habitació, tancant la porta darrere d'ella. Els altres botons, després d'agrair a David l'ajuda, se'n van també, i ell i jo ens quedem a soles. Em mira, amb un posat entretingut en el rostre davant de la meua admiració.

—Bé, ja no queda molt per fer. Ara, fins que no ens criden, podem descansar.

Camina pel passadís, i jo vaig darrere seu. Passem per davant d'una habitació, la 005,

idèntica a la resta en aparença, però em crida l'atenció la llum parpellejant que s'escapa per sota de la porta, apagant-se i encenent-se a intervals regulars. M'ature, preguntant-me si fer això amb els llums no és roí per a la instal·lació elèctrica, i si hauria de tocar per demanar que ho deixen estar. Busque a David per preguntar-ho, però s'ha allunyat pel passadís i està parlant per telèfon, de forma que inspire profundament, m'arme de valor i toque a la porta, tractant d'imitar la confiança que inspira David.

La porta de l'habitació s'obre de cop, i em trobe amb el rostre malhumorat d'un home alt, d'uns trenta anys, que em mira durant el que pareix una eternitat fins que m'adone que està esperant que parle.

—Eh..., veurà, senyor, m'he fixat que ha estat encegant i apagant els llums de la seua habitació, i... això, que seria millor que no ho fes, perquè poden trencar-se, ja sap... ho sento...

—I qui se suposa que és vosté? —inquireix, amb posat amenaçant i els braços creuats sobre el pit.

—Jo? Soc botons, botons de... de l'Hotel —dic, reparant de sobte en el fet que no tinc encara l'uniforme de l'Hotel Hilbert—. És el meu primer dia, per això no tinc... l'uniforme, però... bé, sí, soc botons. De l'Hotel.

—Doncs escolte'm, botons de l'Hotel. Sap qui soc jo? Ho sap? —Jo faig que no amb el cap, retrocedint un pas, intimidat—. Jo soc James Thomson, i si he hagut d'encegar i apagar els llums de la meua habitació no ha sigut per altra raó que la de dur a terme un experiment científic de la més gran importància per a la ciència. —Sospira, com resignant-se, i continua parlant— Com suposava, el meu nom no vos inspira el respecte que hauria d'inspirar-vos; per aquesta raó, hauré d'explicar en què consisteix el meu projecte.

Entra en l'habitació, fent-me un gest perquè el seguisca. Jo dubte un instant, sense saber què fer, però a la fi decidisc que seguir-li el joc és l'opció més segura. Ell arriba al centre de l'habitació i es col·loca al costat de l'interruptor, tot assenyalant el llum que penja del sostre.

—Aquest bell exemplar de llum té un botó que es fa servir per a apagar-lo, en cas de que estiga encés —explica, dirigint-se a mi com si fora un nen de pocs anys, i ens quedem a les fosques quan acciona l'interruptor—; i per encendre'l, en cas que estiga apagat. —I la llum torna a l'habitació— Bé. Aleshores, la meua pregunta és la següent: què passa si encegue i apague el llum, i l'encegue i l'apague, i així infinites voltes? No pot pas estar apagat, perquè per cada vegada que l'apague he d'encendre'l de nou; però tampoc no pot estar encés, perquè per cada vegada que l'encenc l'apagaré després. Aleshores, s'arriba a la inevitable contradicció que el llum no està

ni encés ni apagat! És una paradoxa!

—Fals! —exclama una veu darrere meu, en el llindar de la porta que dona al passadís. Thomson i jo ens girem i veiem com un altre home, agitant el puny enlaire, s'acosta amb passos decidits—. No hi ha cap paradoxa! Una volta es deixa d'encegar i apagar el llum, passats els infinits canvis d'estat, aquest ha d'estar necessàriament apagat o encés, i romandrà d'aquesta forma, perquè no hi ha canvis posteriors. L'enunciat de la vostra conclusió, senyor Thomson, només és aplicable per a instants de temps entre l'inicial i el final, però no per a cap dels dos límits: així com el llum pot trobar-se, i sense dubte es troba, en un dels dos estats abans de començar a canviar-lo, també en acabar estarà en un estat definit. L'única conclusió raonable és la impossibilitat de determinar, per cap mitjà, l'estat on acabarà el llum després de l'experiment; però és innegable que acabarà en un dels dos estats possibles.

L'habitació queda en un silenci tens quan el nouvingut acaba de parlar.

—I qui, si es pot saber —pregunta, amb el rostre roig, Thomson—, és vosté?

—Paul Benacerraf, aquest soc jo.

—Doncs, senyor Benacerraf, si és vosté tan amable, surta de la meua habitació abans que haja de tirar-le aquest maleït llum al damunt!

—Oh, no es preocupe. No malgastaré ni un segon més ací dins. —Gira mitja volta i marxa de l'habitació.

Jo, inquiet, mire a Thomson i m'esmuny fins al passadís. La porta es tanca darrere meu, i em quede davant uns minuts, per si Thomson continua amb el seu experiment, però el llum es manté encés. Me'n vaig aleshores, trobant amb penes i faenes el camí, a la sala on uns quants botons, entre els quals es troba David, descansen. Quan li explique la meua aventura —per donar-li un nom— amb la falsa paradoxa de Thomson, riu.

—Com has comprovat, hi ha molta gent estranya en el Gran Hotel Hilbert. Tot i això, aquest ha sigut un trasllat prou tranquil. El de la pròxima setmana serà més llarg: està programada l'arribada d'un autobús infinit.

—Un què? —pregunte, i ell torna a riure davant de la meua expressió d'evident perplexitat.

—Un autobús, amb infinits passatgers. Normalment, són infinitament llargs i finitament alts, tot i que de vegades pot ser a l'inrevés. Però no et preocupes. És molt senzill, allotjar infinits hostes nous en un hotel infinit. El que fem és traslladar a cada persona dins de l'Hotel a l'habitació amb el nombre el doble del de la seua habitació original: així, si algú té l'habitació, diguem, n , passaria a la $2n$. Així s'ocupen totes les habitacions amb nombres parells, és a dir, nombres

resultat de multiplicar 2 per algun altre nombre. Queden lliures aleshores les habitacions imparells, que són clarament infinites, per als infinits nous hostes de l'autobús. Com pots observar, infinit més infinit és, novament, infinit. No és fascinant com funciona un hotel infinit?

—Però —qüestione, genuïnament encuriósit—, no he vist cap autobús infinit prop de l'hotel; i, si venen infinits hostes en un autobús, trigarien un temps infinit a registrar-se tots, i mai no deixarien de baixar més de l'autobús. No?

—Molt bon dubte —respon David, assentint amb aprovació—. El que passa és que, per molt que puguem tindre hotels infinits, autobusos infinits i hostes infinits, hi ha una cosa que mai no serà infinita: la paciència. Tant els passatgers com els conductors dels autobusos infinits acaben per cansar-se d'estar sempre en el mateix lloc, i marxen. Alguns estan unes setmanes, altres uns anys, però tots acaben per anar-se'n. Aleshores, hem de reorganitzar els hostes de l'Hotel per ocupar les habitacions que estaven destinades als nous inquilins i han quedat buides. A més, no són molt comuns, els autobusos infinits. No és estrany que no hi haja cap apartat. —Aleshores abaixa la veu, i mira a banda i banda abans de continuar— Però hi ha una cosa encara menys comuna, tan poc freqüent que jo mateix no l'he vista mai. Un fenomen que es dona una volta cada vint anys, i que dona tants problemes al Gran Hotel Hilbert que els botons més veterans només en parlen en murmuris. És l'arribada de ni més ni menys que...

S'apropa a mi, abaixant el cap com si m'estigués contant un secret, i em diu a cau d'orella:

—Infinits autobusos infinits.

Lema: *lēm̄niscātus*