

Extensió de funcions ϕ -Lipschitz i aplicacions

Álvaro González Cortés

Resum

Els teoremes clàssics d'extensió de funcions reals de Lipschitz, deguts a McShane i a Whitney, poden generalitzar-se de diverses maneres, ampliant la classe de funcions en les quals poden ser aplicats o debilitant les condicions mètriques. En tots aquests casos podem estendre funcions definides a subespais mètrics a l'espai sencer, preservant la constant de Lipschitz. En aquest sentit, la proposta d'aquest treball consisteix a introduir una funció ϕ creixent, positiva i subaditiva que, en compondre-la amb una mètrica, s'obté una altra funció amb propietats similars a la mètrica original. A l'espai mètric resultant, podem definir funcions del tipus Katetov a partir d'aquesta mateixa distància, que seran Lipschitz i que poden satisfer condicions addicionals.

A més, amb la intenció de proveir una base funcional per a l'interès recent d'índexs numèrics en diferents disciplines (economia, prospectiva, demografia, etc.), la noció d'espai d'índexs és introduïda. Aquests índexs són funcions reals de Lipschitz, sent les esmentades funcions de Katetov exemples canònics. Els resultats d'aquest treball generalitzen els ja coneguts sobre índexs de Lipschitz per al cas dels ϕ -Lipschitz, a més de l'estudi de la compacitat del conjunt dels índexs estàndard corresponents. També es presentaran les propietats de l'aproximació que fan possible treballar amb aquesta base funcional per dissenyar algoritmes d'intel·ligència artificial en models ϕ -mètrics.

Paraules clau: Mètrica, funció Lipschitz, extensió, índex.